

Elektromagnetische Induktion

eine Alternative für das Lehren, Lernen und Verstehen

Hermann Härtel
Gastwissenschaftler am
Institut für Theoretische Physik und Astrophysik - ITAP
Universität Kiel

Die englische Originalfassung dieses Artikels erschien in
European Journal of Physics Education, Volume 9 Heft 2

Kurzfassung

Als Alternative zur klassischen Physik zum Thema "Elektromagnetische Induktion" basierend auf dem Faradayschen Flussgesetz und der Lorentzkraft wird eine Alternative vorgestellt, die auf Wilhelm Webers fundamentalem Kraftgesetz der Elektrodynamik basiert. Dies umfasst die Themen: „Faradaysches Gesetz (Selbstinduktion, Gegeninduktion)“, „Lorentzkraft“, „Wechselwirkung paralleler Ströme“.

Beide Ansätze führen zu den gleichen quantitativen Ergebnissen. In didaktischer Hinsicht ergeben sich jedoch erhebliche Unterschiede hinsichtlich Verständlichkeit und Nachvollziehbarkeit mit einigen Konsequenzen für den Unterricht.

Abstract

As an alternative to the classical physics on the topic "Electromagnetic Induction" based on Faradays Law and Lorentz Force, an alternative is presented, based on Wilhelm Weber's Fundamental Force law of Electrodynamics. This includes the topics: mutual induction, self induction, motional emf, unipolar induction and interaction between parallel and anti-parallel currents as well as between currents drifting in the same and opposite direction.

Even though both approaches lead to the same quantitative results in physics, the difficulties in understanding are quite different and are discussed including some consequences for teaching and classroom activities.

Persönliches Vorwort

Ein Physikdidaktikerleben lang habe ich mich herumgeschlagen mit der „Elektromagnetischen Induktion“, basierend auf dem Faradayschen Flußgesetz und der Lorentzkraft. Wirklich verstanden hatte ich dieses Kapitel nie, ich nahm es schließlich hin - mit Widerstand und Unwillen. Es bereitete mir über die Jahre immer größeres Mißbehagen, insbesondere zu der Zeit, als ich es Schülern beibringen sollte und anhand der Lernergebnisse einmal wieder feststellen mußte, daß ich versagt hatte.

Die Erklärung der Induktion in der herkömmlichen Weise schafft keine Klarheit, nicht den Eindruck des Verstandenhabens. Der wesentliche Lernerfolg besteht darin, die Richtung des induzierten Stroms an Hand der Rechte-Hand-Regel vorhersagen zu können.

Jetzt im Alter begab ich mich noch einmal an die Bearbeitung dieses Stoffes, angeregt durch einen Hinweis auf die im Jahr 1846 veröffentlichten Arbeiten von Wilhelm Weber. Die Arbeit an diesem Thema stand zunächst vor allem unter Frage: Kann es sein, daß es eine Alternative gibt zu einem Wissen wie dem Faradayschen Gesetz und der Lorentz-Kraft, das seit mehr als 100 Jahre bekannt und allseits anerkannt ist? Und diese Alternative soll sogar gewisse, vor allem didaktische Vorteile aufweisen?

Zu meinem Erstaunen schwand meine anfängliche Skepsis in dem Maße, in dem ich erkannte, wie sich alle bekannten Induktionsphänomene in einheitlicher und einsichtiger Weise aus dem Weberschen Ansatz ergeben. Auf den Spuren von Weber gelangte ich zu ungleich befriedigenden Ergebnissen, die ich im Folgendem schildern möchte und zum Nachvollziehen anregen.

1. Ausgangslage

1.1. Traditionelles Verfahren

Angeregt durch die im Jahr 1819 erfolgte Entdeckung Oersteds, dass eine Magnetnadel durch einen elektrischen Strom beeinflusst wird, begannen vor allem Faraday und Ampère, diesen Effekt zu erforschen. Im Jahr 1831 formulierte Faraday seine Ergebnisse in Form des nach ihm benannten Flußgesetzes, welches den Zusammenhang zwischen dem Entstehen eines elektrischen Feldes und der Änderung eines magnetischen Flusses bezüglich einer Fläche bzw. seiner Umrandung beinhaltet. (Faraday, 1831)

Seit dieser Zeit ist bekannt, dass die Änderung des magnetischen Flusses entscheidend ist zur Bestimmung induzierter elektrischer Felder bzw. induzierter elektrischer Ströme. Eine solche Änderung des magnetischen Flusses, bezogen auf eine bestimmte Fläche, kann durch Bewegung makroskopischer Körper in einem konstanten Magnetfeld oder durch Variation des elektrischen Stroms in einem, das Magnetfeld erzeugenden Stromkreis hervorgerufen werden. Die Schulphysik trägt dieser Tatsache Rechnung, indem von Bewegungsinduktion und Feldinduktion gesprochen wird. In der Regel unterscheidet man:

- elektrische Coulombkräfte - bewirkt durch getrennte stationäre Ladungen,
- magnetische Kräfte (Lorentzkraft) - bewirkt durch bewegte Ladungen in einem Magnetfeld und
- elektrische Non-Coulombkräfte - bewirkt durch sich ändernde Magnetfelder, genauer: durch einen sich ändernden magnetischen Fluß, bezogen auf eine bestimmte Fläche.

In diesem Zusammenhang schreibt Feynman (Feynman, 1969):

"We know of no other place in physics where such a simple and accurate general principle requires for its real understanding an analysis in terms of two different phenomena."

Wir kennen keine andere Stelle innerhalb der Physik, an der für das tiefere Verständnis eines einfachen und exakten Prinzips die Analyse zweier verschiedener Phänomene erforderlich ist (Übersetzung H.H.)

Gemeint ist hier das Faradaysche Flußgesetz und die Lorentzkraft, die benötigt werden, um das Phänomen der Induktion zu beschreiben. Dieser Aussage wird widersprochen, in dem behauptet wird, eine „korrekte“ Anwendung des Flußgesetzes genüge, um sämtliche Induktionseffekte zu beschreiben. Unter "korrekter" Anwendung wird verstanden, dass in den von Feynman genannten problematischen Fällen die Größe der Bezugsfläche bzw. der Pfad des Stromverlaufs "korrekt" gewählt wird.

1.2. Verfahren nach Weber

Ampère und später Weber gingen einen anderen Weg. Ampère interpretierte von Beginn seiner Forschungsarbeiten an sämtlich magnetischen Erscheinungen als bewirkt durch elektrische Ströme. Schon im Jahr 1820 veröffentlichte er erste Überlegungen zu einem Kraftgesetz (Ampère, 1820), und im Jahr 1822 die endgültige Version dieses Gesetzes, das die Wechselwirkung zwischen zwei beliebig im Raum angeordneten Stromelemente beschreibt (Ampère, 1822). Im Jahr 1846 folgte Weber auf der Suche nach einem Grundgesetz der Elektrodynamik mit einem Kraftgesetz, von dem sich sowohl das Faradaysche Gesetz, als auch das Ampèresche Kraftgesetz ableiten läßt (Weber 1846). In den beiden letzteren Ansätzen kommen Magnetfelder nicht

vor. Vielmehr wird nur von direkten Wechselwirkungen zwischen Ladungsträgern ausgegangen. Direkte Wechselwirkung soll heißen, dass nur anziehende oder abstoßende Kräfte längs der Verbindungslinie der Wechselwirkungs-Partner angenommen werden.

Die Webersche Kraftgleichung stellt eine erweiterte Coulombgleichung dar, die sich auf die Wechselwirkung zweier Punktladungen q_1 und q_2 bezieht. Neu sind zwei additive Glieder, von denen das erste den Faktor $-v^2/c^2$ enthält, das zweite den Faktor $+a/c^2$.

Das Webersche Fundamentalgesetz beschreibt die gegenseitige Kraft $F_{1 \rightarrow 2}$ (Kraft von q_1 auf q_2) und $F_{2 \rightarrow 1}$ (Kraft von q_2 auf q_1) zwischen zwei Ladungsträgern q_1 und q_2 im gegenseitigen Abstand r und, - wie stets bei Coulombkräften - gerichtet längs der Verbindungslinie der wechselwirkenden Partner. Das Gesetz lautet:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = \frac{q_1 q_2 r_{12}^0}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \vec{1} - \frac{v_{12}^2}{2c^2} + \frac{r_{12} a_{12}}{c^2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

Die Größen $v_{12} = dr/dt$ und $a_{12} = d^2r/dt^2$ bedeuten die relative Geschwindigkeit bzw. die relative Beschleunigung zwischen den Wechselwirkungspartnern. Die Größe r_{12}^0 bedeutet den Einheitsvektor in Richtung von q_1 nach q_2 .

Die zunächst von Weber eingeführte Konstante c wurde später durch ihn zusammen mit Kohlrausch experimentell bestimmt als übereinstimmend in Dimension und Größe mit der Lichtgeschwindigkeit (Weber, Kohlrausch, 1856). Daraus folgt, dass alle Änderungen, die sich durch dieses Webersche Gesetz im Vergleich zum Coulombgesetz ergeben, sehr klein sind und somit in ihrer Größenordnung vergleichbar mit allen sonstigen magnetischen Effekten.

Im folgenden soll gezeigt werden, wie man auf der Basis des Weberschen Gesetzes die folgenden Phänomene erklären kann: „Selbstinduktion“, „Gegeninduktion“, „Unipolare Induktion“ sowie „Wechselwirkung zwischen parallelen stromführenden Leitern“. Dabei geht es primär um eine qualitative Veranschaulichung. Für eine quantitative Analyse wird auf entsprechende Veröffentlichungen verwiesen.

1.2.1. Durch Magnetfeldänderung induzierte Induktion

1.3. Traditionelles Verfahren

1.3.1. Das Faradaysche Flussgesetz

Wie schon erwähnt stellte Faraday und zeitgleich Joseph Henry in Amerika einen Zusammenhang fest zwischen der Änderung des magnetischen Flusses, bezogen auf eine bestimmte Fläche und einer induzierten Spannung bzw. eines induzierten Stromes längs der Umrandung dieser Fläche.

In der Regel wird in einem Lehrgang zu diesem Thema der in einer Sekundärspule induzierte Strom durch das Annähern bzw. Entfernen eines Dauermagneten, durch das Einbringen bzw. Entfernen eines Eisenkerns in eine stromführende Spule oder durch Ein- und Ausschalten des Stroms durch die Primärspule demonstriert.

1.3.2. Selbstinduktion

Dass eine Stromschleife bzw. eine Spule eine Selbstinduktion aufweist, wird in der Regel erst thematisiert, wenn Stromkreise mit aktiven Elementen behandelt werden, wie z.B. bei Schaltungen zur Erzeugung elektrischer Schwingungen.

Unter strikter Anwendung des Faradayschen Flussgesetzes ergibt sich die Selbstinduktivität einer Spule zwangsläufig. Ändert sich in einer Fläche der magnetische Fluss, so bewirkt dies eine Ringspannung längs der Umrandung dieser Fläche. Bei der Selbstinduktion handelt es sich somit um eine Wechselwirkung mittels eines Magnetfeldes zwischen den driftenden Elektronen, das heißt: mit sich selbst.

Die in didaktischer Hinsicht durchaus problematische Vorstellung, dass ein elektrischer Strom selbst etwas erzeugt (das sich ändernde Magnetfeld), das ihn wie eine Trägheit selbst behindert, wird in Lehrbüchern in aller Regel nicht thematisiert.

Bestechend ist die Einfachheit der mathematische Form dieses Gesetzes. Problematisch bleibt, besonders in didaktischen Hinsicht, das Fehlen einer tiefer gehenden Erklärung für den Zusammenhang zwischen der zeitlichen magnetischen Flussänderung durch eine Fläche und der dadurch induzierten elektrischen Non-Coulombkraft längs einer Randkurve. Dieses Fehlen einer tiefer gehenden Erklärung als didaktisches Problem wird in Lehrbücher selten angesprochen. (Chabay, Sherwood, 2002). Dieses Manko mag auch der Grund dafür sein, dass es auch guten Schülern nach intensivem Unterricht so schwer fällt, ihr erworbenes Wissen auf neue, vorher nicht behandelte Induktionsaufgabe anzuwenden. (Zusa et al. 2016)

1.4. Verfahren nach Weber

1.4.1. Selbstinduktion

In der Weberschen Welt spielen Magnetfelder keine Rolle. Somit ergibt sich zwanglos, dass am Beginn eines Kurses zum Thema Induktion das Phänomen der Selbstinduktion steht. Wie zu zeigen sein wird, wird an diesem Thema ein wichtiger Unterschied in der Beschreibung und Erklärung dieses Phänomen im Vergleich zum Standardmodell deutlich.

Betrachtet wird zunächst der Ausschnitt eines homogenen, geradlinigen Leiters mit einer gleichmäßigen Belegung von festen positiven Gitterbausteinen und der gleichen Anzahl freier Elektronen als Teil eines größeren geschlossenen Stromkreises (Abb.1).

Der Einfachheit halber wird angenommen, dass durch Anlegen einer äußeren Spannung alle freien Elektronen aus der Ruhe eine gleichmäßige Beschleunigung erfahren.

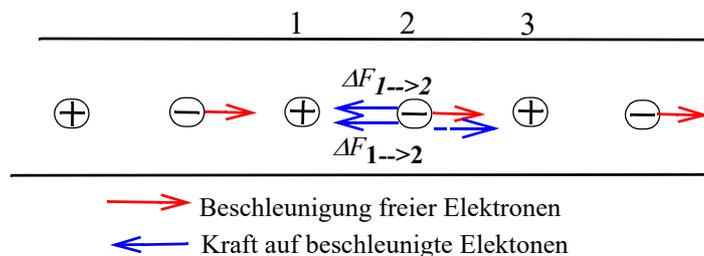


Abb. 1: Ausschnitt eines Leiters mit beschleunigten Elektronen (siehe Text)

Betrachtet wird nun die Wechselwirkung zwischen dem positiven Gitterbaustein 1 und dem beschleunigten Elektron 2. Die Beschleunigung ist, von 1 aus gesehen, positiv (der Abstand wird vergrößert), und somit ergibt sich aus der Weberschen Gleichung eine Vergrößerung der anziehenden Kraft zwischen 1 und 2 $=\Delta F_{1 \rightarrow 2}$.

Betrachtet man die Wechselwirkung zwischen dem positiven Gitterbaustein 3 und dem beschleunigten Elektron 2, so ist diese Beschleunigung von 3 aus gesehen negativ (der Abstand verringert sich) und damit ergibt sich nach Weber eine Verringerung der anziehenden Kraft zwischen 3 und 2 $=\Delta F_{3 \rightarrow 2}$. Da die abstoßende Wechselwirkung zwischen allen negativen Ladungsträgern gleich bleibt, bedeutet diese Verringerung für das beschleunigte Elektron 2 ein weiteres ΔF entgegen der sich entwickelnden Strömung, somit insgesamt eine Art Trägheit als zweifache Auswirkung des Beschleunigungsgliedes der Weberschen Kraftgleichung.

Diese Behinderung ist zusätzlich abhängig von der Position der rückführenden Leiterteile des

betreffenden Stromkreises. Auch die Ladungsträger dieser Anteile unterliegen der Weberschen Wechselwirkung. Je nach Größe des Abstandes zwischen Hin- und Rückleitung ergibt sich in der letzteren wegen der entgegen gerichteten Beschleunigung der freien Elektronen in diesen Leiterteilen eine mehr oder weniger starke Reduzierung dieser besagten Behinderung. Ein Stromkreis, bestehend aus verdrehten Leitern, besitzt praktisch keine Induktivität, da sich in einem solchen Fall die sich ergebenden Behinderungen gegenseitig aufheben.

Für den Nachweis einer quantitativen Übereinstimmung mit den experimentellen Tatsache neben diesen ersten qualitativen Überlegungen sei auf die Literatur verwiesen. (Assis, 1997)

Zusammenfassend läßt sich ein wichtiger Unterschied zwischen der Weberschen Elektrodynamik und dem traditionellen Elektromagnetismus hinsichtlich dieses Themas feststellen. Nach Weber ergibt sich die Selbstinduktion als Wechselwirkung zwischen freien Elektronen und positiven Gitterbausteinen des gleichen Stromkreises. Im traditionellen Verständnis wird dagegen Selbstinduktion gedeutet als eine Wechselwirkung zwischen den freien Elektronen und - vermittelt eines selbst erzeugten Magnetfeldes - mit sich selbst. In quantitativer Hinsicht ergeben sich keine Unterschiede, während in didaktischen Hinsicht schon ein deutlicher Unterschied festzustellen ist hinsichtlich der Möglichkeit, das Geschehen verständlich und nachvollziehbar zu machen.

1.4.2. Gegeninduktion

Betrachtet werden zunächst zwei Ausschnitte aus zwei getrennten geschlossenen Stromkreisen, eines Primärkreises P und eines Sekundärkreises S mit einer gleichmäßigen Belegung von festen positiven Gitterbausteinen und der gleichen Anzahl freier Elektronen (Abb.2). Der Einfachheit halber wird angenommen, dass durch Anlegen einer äußeren Spannung alle freien Elektronen des Primärkreises P aus der Ruhe eine gleichmäßige Beschleunigung erfahren.

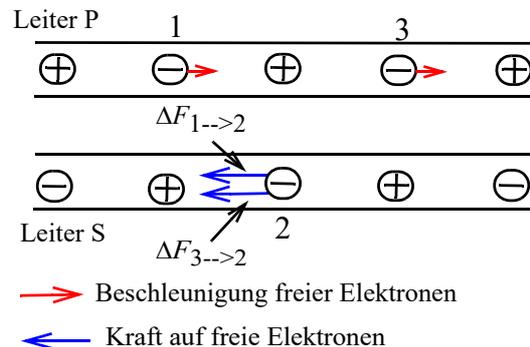


Abb. 2: Ausschnitt von 2 getrennten Leitern mit beschleunigten Elektronen in Leiter P (siehe Text)

Betrachtet wird nun die Wechselwirkung zwischen dem beschleunigten Elektron 1 des Leiters P und dem zunächst ruhenden Elektron 2 des Leiters S. Die relative Beschleunigung ist, von dem Teilchen 2 des Leiters S aus gesehen, negativ (der Abstand wird verkleinert), und somit ergibt sich aus der Weberschen Gleichung eine Verkleinerung der abstoßenden Wechselwirkung zwischen 1 und 2.

Da die Wechselwirkung mit allen benachbarten Leiterselementen gleich groß bleibt, bedeutet diese Verkleinerung eine beschleunigende Kraft $=\Delta F_{1 \rightarrow 2}$ entgegen der Beschleunigungsrichtung im Primärkreis.

Betrachtet man die Wechselwirkung zwischen dem beschleunigten Elektron 3 im Primärkreis und dem zunächst ruhenden Elektron 2 im Sekundärkreis, so ist diese Beschleunigung von 2 aus gesehen positiv (der Abstand vergrößert sich) und damit ergibt sich nach Weber eine Vergrößerung der abstoßenden Kraft zwischen 3 und

$2 = \Delta F_{3 \rightarrow 2}$. Für das betrachtet Elektron - und diese Betrachtung kann für alle Elektronen des Sekundärkreises angewendet werden - addieren sich diese beiden geänderten Wechselwirkungen

zu einer beschleunigenden Kraft entgegen der Richtung der sich entwickelnden Strömung im Primärkreis und somit zu einem induzierten Strom.

Für den Nachweis einer quantitativen Übereinstimmung mit den experimentelle Tatsache neben diesen ersten qualitativen Überlegungen sei wiederum auf die Literatur verwiesen (Assis, 1997).

2. Durch Bewegung induzierte Induktion

2.1. Traditionelles Verfahren

In einem traditionellen Lehrgang wird üblicher Weise an Hand eines Versuchs gezeigt, wie durch relative Bewegung zwischen einer Spule und einem Dauermagneten eine Spannung bzw. ein elektrischer Strom induziert werden kann. Bewegt sich die Spule in Abbildung 3(a) bei stationärem Dauermagneten, so wird die auftretende Induktionsspannung in der Regel durch das Auftreten einer Lorentzkraft erklärt.

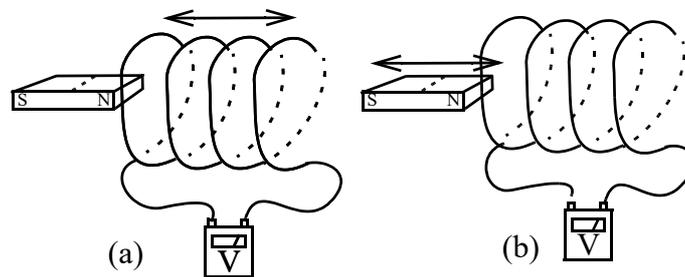


Abb. 3: Deutung der Induktion als bewirkt durch eine Lorentzkraft.

(b) Deutung der Induktion als bewirkt durch das Flussgesetz.

Wird der Magnet bewegt (Abb.3(b)), so kann die Induktion nur erklärt werden mit Hilfe des Faradayschen Flußgesetzes. Dabei handelt es sich in beiden Fällen um den gleichen Versuch: eine Relativgeschwindigkeit zwischen Spule und Dauermagnet.

Theoretisch analysiert wird dieser Versuch in der Regel an Hand eines vereinfachten Versuchsaufbaus, in dem der Dauermagnet auf ein konstantes Magnetfeld reduziert wird und die Spule in dem Magnetfeld entweder gedreht oder auf einen linearen Leiter reduziert wird, der auf einem feststehenden Rahmen gleitet und zwar in der Richtung senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes (Abb.4).

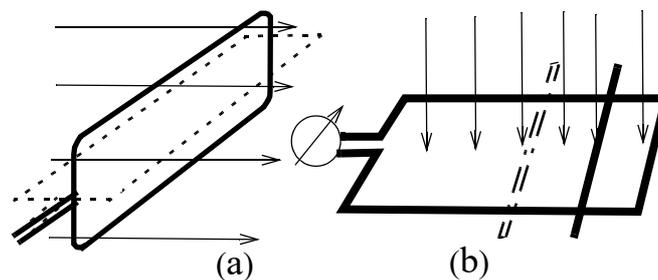


Abb. 4: (a) Induktion durch Drehen einer Leiterschleife in einem konstanten Magnetfeld

(b) Induktion durch Bewegung eines Leiterelements in einem konstanten Magnetfeld

2.2. Verfahren nach Weber

2.2.1. Vorbemerkung

Um aus der Weberschen Gleichung die durch Bewegung eines Leiters in einem Magnetfeld hervorgerufene Induktion abzuleiten, wird an dieser Stelle eine spezielle Regel benötigt, die in der klassischen Physik seit langem bekannt ist. Diese Regel lautet: Parallele stromführende Leiter ziehen sich entweder an oder stoßen sich ab je nach dem, ob die Ströme in die gleiche oder ent-

gegengesetzte Richtung driften. Im folgenden Abschnitt wird gezeigt, wie diese Regel aus der Weberschen Gleichung abgeleitet werden kann.

Abbildung 5(a) zeigt den Induktionseffekt bei einem Leitertelement an, dass durch ein Magnetfeld bewegt wird. In der Tradition Ampères wird jedes Magnetfeld abgebildet als hervorgerufen durch einen Kreisstrom (in Abbildung 5(b) zur Verdeutlichung als Rechteck dargestellt). Ein sich innerhalb dieses Kreisstroms bewegendes Leiterteil stellt einen Strom negativer und positiver Ladungsträger in x-Richtung dar.

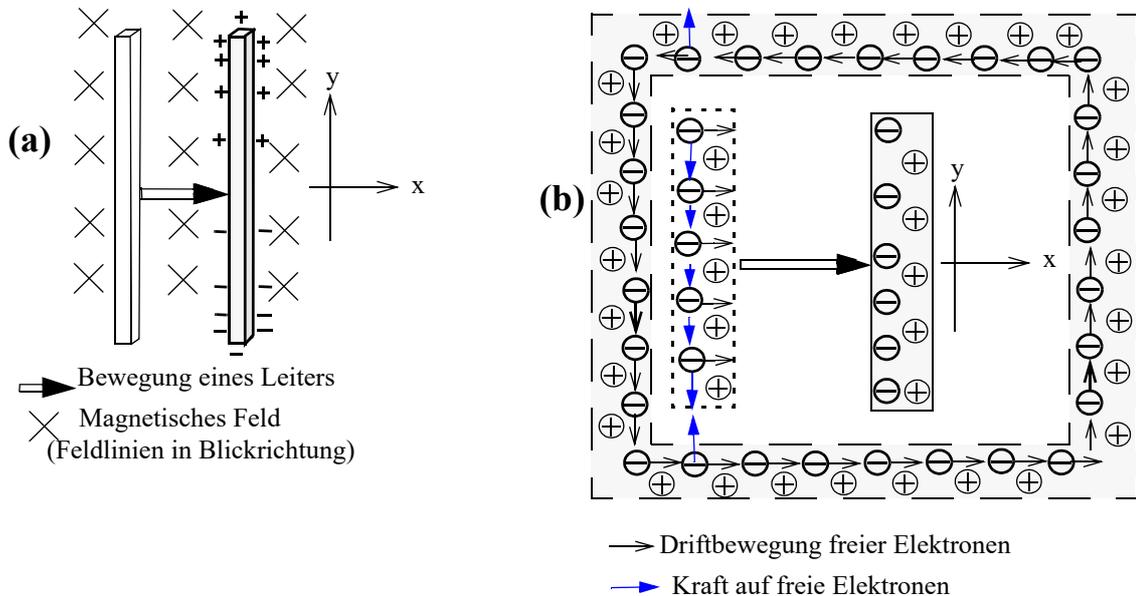


Abb. 5: (a) Induktion durch Bewegung eines Leiters in einem konstanten Magnetfeld
 (b) Induktion auf Grund der Regel: Antiparallel driftende Ladungsträger stoßen sich ab, parallel driftende Ladungsträger ziehen sich an

Nach der Regel: Parallele Ströme ziehen sich an, antiparallele Ströme stoßen sich ab, ergibt sich eine Kraft auf die Ladungsträger in $-y$ -Richtung und somit eine Verschiebung der freien Elektronen in diese Richtung.

Wird der lineare Leiter mit einem metallischen Rahmen leitend verbunden, ergibt sich ein induzierter elektrischer Kreisstrom (Abb.6).

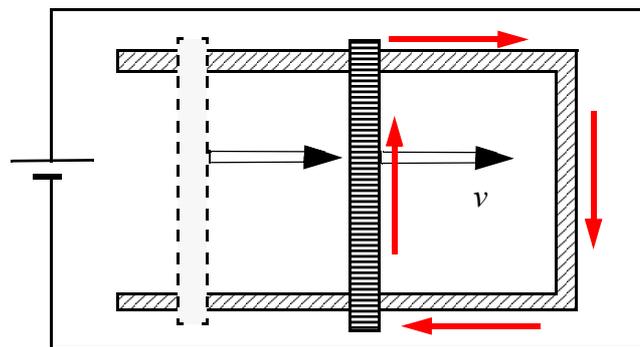


Abb. 6: Induzierter Kreisstrom bei konstanter Bewegung der linearen Leiters, leitend verbunden mit dem metallischen Rahmen

3. Wechselwirkung zwischen stromführenden Leitern, deren Ströme in gleicher oder antiparalleler bzw. in gleicher oder entgegengesetzter Richtung fließen.

An diesem Beispiel läßt sich der Unterschied zwischen dem traditionellen und dem Weberschen Verfahren gut verdeutlichen.

3.1. Traditionelles Verfahren

3.1.1. Wechselwirkung zwischen parallelen bzw. antiparallel gerichteten elektrischen Strömen.

Ausgehend von den entsprechenden Versuchen mit parallelen flexiblen stromführenden Leitern werden zur Erklärung der Anziehung bzw. Abstoßung dieser Leiter je nach Orientierung der Stromrichtung die magnetischen Feldlinien und die magnetische Kraft ($\sim \mathbf{v} \times \mathbf{B}$) herangezogen. Ergebnis: Parallele stromführende Leiter ziehen sich bei gleicher Stromrichtung an, bei antiparalleler Stromrichtung stoßen sie sich ab.

3.1.2. Wechselwirkung zwischen gleich- bzw. entgegengesetzt gerichteten elektrischen Strömen

Die Frage, ob eine Wechselwirkung zwischen den einzelnen Elementen eines linearen stromführenden Leiters existiert, stellt sich in aller Regel nicht, da bei festen metallischen Leitern eine solche Wechselwirkung nicht so ohne weiteres festzustellen wäre. Außerdem weist das Magnetfeld einer bewegten Ladung keinen Wert genau in der Strömungsrichtung oder in der entgegengesetzten Richtung auf. Eine magnetische Kraft könnte somit nicht als Erklärung für eine eventuell existierende Wechselwirkung herangezogen werden.

Allerdings ist bekannt, dass stromführende Stromkreise die Tendenz haben, sich auszudehnen. Dies läßt sich durch die Regel erklären, dass entgegen gerichtete Ströme sich abstoßen (siehe Abb.7)

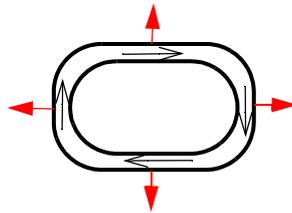


Abb. 7: Magnetische Kräfte zwischen antiparallelen Stromelementen

Daher stehen alle geschlossenen Stromkreise in Längsrichtung unter einer gewissen Zugspannung.

Wie später gezeigt wird, folgt aus dem Ansatz von Weber und Ampère eine andere Deutung dieser Situation. Es wird abgeleitet, dass sich zwei Stromelementen mit jeweils der gleichen Stromrichtung gegenseitig abstoßen. Dies gilt sowohl für Elemente des gleichen Stromkreises als auch für 2 Elemente getrennter Stromkreise.

Über eine eventuell bestehende Wechselwirkung zwischen zwei Elementen zweier getrennter stromführender Leiterkreise, deren Ströme entgegengesetzt gerichtet sind, gibt es auf Grund der klassischen Physik keine Aussagen. Auch für diesen Fall ergibt sich aus dem Weberschen Ansatz ein deutlich anderes Ergebnis.

3.2. Verfahren nach Weber

3.2.1. Wechselwirkung zwischen Stromelementen mit paralleler bzw. antiparalleler Stromrichtung

(A) Parallele Stromrichtung bei interagierenden Stromelementen

Betrachtet man zwei gleiche stromführende Leiter (1) und (2) (siehe Abb.8) gleicher Stromstärke und gleicher paralleler Stromrichtung, so tritt zwischen den negativen Ladungsträgern der beiden Leiter keine Relativgeschwindigkeit auf. Das gleiche gilt naturgemäß für die positiven

Gitterbausteine. Zwischen den negativen und den positiven Ladungsträgern in den jeweiligen Leitern tritt jedoch eine Relativgeschwindigkeit auf. Ausgehend von einem ausgewählten negativen Element A des Leiter (1) als Referenz ergeben sich die Driftgeschwindigkeiten ausgewählter positiver Ladungsträger von Leiter (2) relativ zum Labor sowie die Geschwindigkeiten relativ zu A wie in Abbildung 8 angegeben.

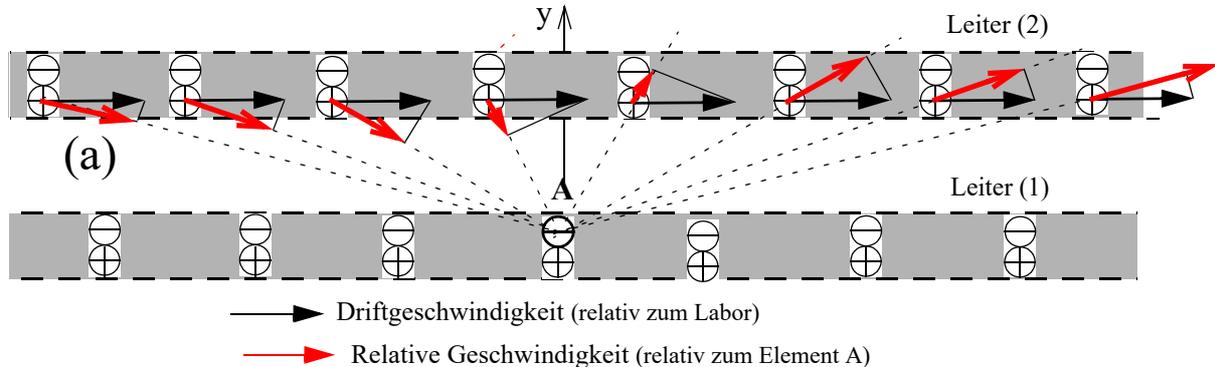


Abb. 8: Driftgeschwindigkeit von ausgewählten positiven Elementen des Leiters (2) (relativ zum Labor) und Relativgeschwindigkeit relativ zum negativen Element A

Werden die Relativgeschwindigkeiten aus Abbildung 8 in ein v/x -Diagramm übertragen (Abb.9), so ergibt sich eine v/x -Kurve mit einer beständig positiven Steigung und einem Maximum der Steigung für $v_{\text{rel}}=0$.

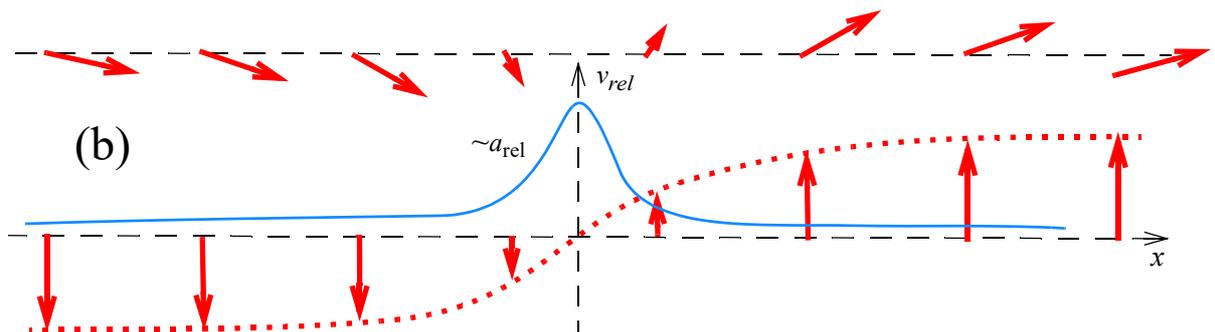


Abb. 9: (b) Die Relativgeschwindigkeiten von Abb.8 (a) übertragen in ein v/x -Diagramm

Die Steigung als Ableitung der v_{rel}/x Kurve entspricht einer positiven relativen Beschleunigung zwischen den vorbeidriftenden freien Elektronen und dem Element A und dies gilt für alle anderen beweglichen Elemente des Leiters 1.

Dieses Ergebnis mag wegen der konstanten Driftgeschwindigkeit (bezogen auf das Laborsystem) zunächst überraschen. Es ist aber zu bedenken, dass eine Bewegung zweier wechselwirkender Teilchen ohne relative Beschleunigung nur möglich ist, wenn sich ein Teilchen auf einer Kreisbahn mit dem zweiten Teilchen als Mittelpunkt bewegt. Bei einer geradlinigen Bahn ergibt sich jedoch eine nach außen gerichtete relative Beschleunigung.

Die Relativgeschwindigkeiten zwischen den positiven bzw. negativen Teilchen in den beiden Leitern sind zwar vorzeichenmäßig symmetrisch, es heben sich aber die zugehörigen Geschwindigkeitsglieder in der Weberschen Kraftgleichung wegen v^2 nicht gegenseitig auf. Die erforderliche Integration über alle entsprechenden Glieder der Weberschen Gleichung ergibt als Ergebnis, dass die positiven Beschleunigungsglieder gegenüber den negativen Geschwindigkeitsgliedern um den Faktor 3 größer sind¹. Dieser Unterschied muß mit mathematischen Mit-

1. Private Mitteilung durch Ernesto Martin. Die Integration über alle Geschwindigkeits- und Beschleunigungsglieder der Weberschen Gleichung erfolgte unter der Annahme unendlich langer Leiter.

teln festgestellt werden.

Da alle anderen Wechselwirkungen unverändert sind, folgt aus dieser dominierenden positiven relativen Beschleunigung, wie erwartet, eine anziehende Kraft zwischen parallelen stromführenden Leitern bei gleicher Stromrichtung.

(B) Antiparallele Stromrichtung bei interagierenden Stromelementen

Im Fall von antiparallel verlaufenden stromführenden Leitern bewegen sich, von einem negativen Element A des Leiters (1) aus gesehen, sowohl die negativen als auch die positiven Ladungsträger des Leiters (2) mit unterschiedlichen Drift- und damit auch unterschiedlichen relativen Geschwindigkeiten. Dabei dominieren in diesem Fall die Geschwindigkeiten der negativen Ladungsträger mit der Folge, dass sich die abstoßenden Wechselwirkungen zwischen den negativen Ladungsträgern verstärken. Wie erwartet ergibt sich daraus eine abstoßende Kraft zwischen parallelen stromführenden Leitern mit antiparalleler Stromrichtung.

3.2.2. Wechselwirkung zwischen Stromelementen mit gleicher bzw. entgegengesetzter Stromrichtung

(A) Gleiche Stromrichtung bei interagierenden Stromelementen

Bei der Bestimmung der Wechselwirkung zwischen zwei Stromelementen dI_1 und dI_2 , seien Abb.9: sie zum selben oder zu zwei getrennten Leiterkreisen gehörend, so sind 4 Wechselwirkungen zu unterscheiden (Abb.9):

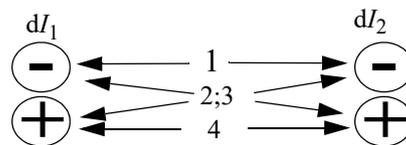


Abb. 10: Wechselwirkungen zwischen den Ladungsträgern zweier Stromelemente

1. Die abstoßende Wechselwirkung zwischen den jeweils negativen Ladungsträgern von dI_1 und dI_2 .
2. Die anziehende Wechselwirkung zwischen den negativen Ladungsträgern von dI_1 und den positiven Ladungsträgern von dI_2 .
3. Die anziehende Wechselwirkung zwischen den positiven Ladungsträgern von dI_1 und den negativen Ladungsträgern von dI_2 .
4. Die abstoßende Wechselwirkung zwischen den jeweils positiven Ladungsträgern von dI_1 und dI_2 .

Solange kein Strom fließt heben sich die Wechselwirkung 1 und 2 sowie 3 und 4 wegen fehlender relativer Geschwindigkeiten (und fehlender relativer Beschleunigungen) gegenseitig auf. Fließt ein Strom und betrachtet man Stromelemente mit gleicher Driftgeschwindigkeit in Betrag und Richtung, so tritt keine Relativgeschwindigkeit zwischen den negativen Ladungsträgern der beiden Stromelemente auf (Abb.10).

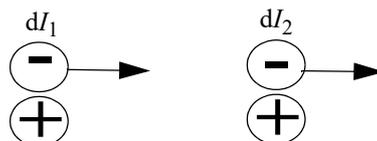


Abb. 11: Zwei Stromelemente mit gleicher Driftgeschwindigkeit und gleicher Stromrichtung

Das gleiche gilt natürlicherweise für die positiven Gitterbausteine. Somit werden sich die Interaktionen 1 und 4 nicht ändern. Von einem der beiden negativen Elemente, entweder von dI_1 oder dI_2 aus gesehen, weisen die jeweils positiven Elemente des anderen Leiters eine relative Geschwindigkeit entgegen der Stromrichtung auf. Die Wechselwirkungen 2 und 3 werden sich

somit ändern.

Aus der Weberschen Kraftgleichung, angewendet auf diesen Fall mit $a=0$,

$$\vec{F}_{1>2} = \frac{q_1 q_2 r_{12}^0}{4\pi\epsilon_0 r_{12}^2} \left(1 - \frac{v_{12}^2}{2c^2} \right) = -\vec{F}_{2>1}$$

folgt, dass sich die beiden anziehenden Wechselwirkungen zwischen den jeweils positiven und negativen Ladungsträgern der beiden Stromelemente (Interaktion 2 und 3 von Abb.10) um einen kleinen Betrag verringern. Da sich die abstoßenden Wechselwirkungen zwischen den negativen sowie zwischen den positiven Ladungsträgern nicht ändern und somit dominieren, ergibt sich insgesamt eine abstoßende Kraft zwischen Stromelementen mit gleicher Driftgeschwindigkeit.

Ampère hat diesen Effekt anhand eines Versuchs (auch Ampères Brückenversuch genannt) im Jahr 1822 nachgewiesen (Ampère, 1822) (Abb.11).

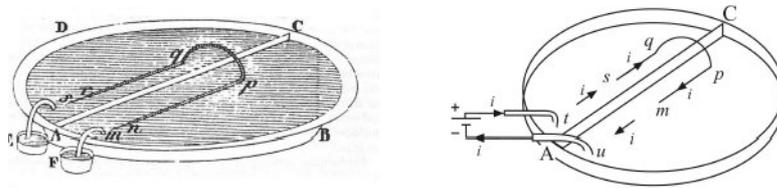


Abb. 12: Ampères Brückenexperiment. Die Illustration zeigt den Stromverlauf und deutet die Bewegung des Brückenelementes $sqpm$ an (Assis, 2015).

In einem Lehrbuch der Oberstufe von 1958 (Bergmann-Schaefer) wird der gleiche Versuch gezeigt (Abb.12), diesmal gemäß der vorherrschenden Schulmeinung zum Nachweis der Abstoßung antiparaller Ströme, in diesem Fall des Brückenelements und des Batterieteils.

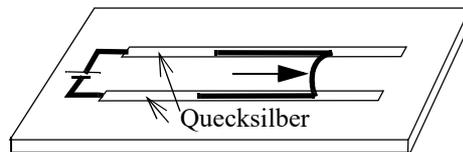


Abb. 13: Versuch zum Nachweis der den Stromkreis ausweitenden Wirkung magnetischer Kräfte

3.2.2.1. Entgegengesetzte Stromrichtung bei interagierenden Stromelementen

Betrachtet man zwei Stromelemente dI_1 und dI_2 von zwei getrennten Leitern mit gleicher konstanter Driftgeschwindigkeit der negativen Ladungsträger (freie Elektronen), aber mit entgegengesetzter Stromrichtung, so tritt zwischen diesen negativen Ladungsträgern eine Relativgeschwindigkeit auf, die doppelt so groß ist wie die relative Geschwindigkeiten zwischen den Ladungsträger entgegengesetzter Polung von dI_1 und dI_2 (Abb.13).

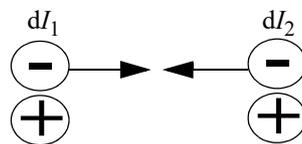


Abb. 14: Zwei Stromelemente aus zwei unterschiedlichen Stromkreisen mit gleicher aber entgegengesetz gerichteter Driftgeschwindigkeit

Die letzteren und damit die Interaktion 2 und 3 (siehe Abb.10) werden auf Grund des Geschwindigkeitsgliedes der Weberschen Kraftgleichung um einen bestimmten Betrag reduziert, während die erstere und damit Interaktion 1 um einen viermal größeren Betrag verringert wird. (Geschwindigkeitsglied ist proportional v^2). Da zwischen den positiven Gitterbausteinen keine Relativgeschwindigkeit auftritt, bleibt diese und damit die Interaktion 4 unverändert. In der Summe ergibt sich, dass die Reduktion der abstoßenden Wechselwirkungen 1 und 4 doppelt so

groß ist wie die Reduktion der anziehenden Wechselwirkungen 2 und 3.
Ergebnis: Stromelemente mit entgegengesetzter Stromrichtung ziehen sich an.

Fazit

Für die Webersche bzw. Ampèresche Elektrodynamik gelten somit die folgenden 4 Regeln:

1. Parallel gerichtete Stromelemente ziehen sich an.



2. Antiparallel gerichtete Stromelemente stoßen sich ab.



3. In die gleiche Richtung driftende Stromelemente stoßen sich ab.



4. In entgegengesetzter Richtung driftende Stromelemente

(in jeweils getrennten Stromkreisen) ziehen sich an.



Bekannt sind in der traditionellen Physik die Regeln 1 und 2. Die Regel 3 kann in Einklang gebracht werden mit der Tatsache, dass ein stromführender Stromkreis die Tendenz hat, sich auszuweiten. Dies läßt sich deuten als bewirkt durch eine Abstoßung zwischen gleich gerichteten Stromelementen.

Völlig neu dagegen ist Regel 4. Da elektrische Ströme in ihrer Stromrichtung kein Magnetfeld aufweisen, kann auf der Basis von Magnetkräften hier keine Aussage getroffen werden.

4. Diskussion

4.1. Zur traditionellen Theorie

Die vorherrschende Theorie zum Thema „Induktion“, basierend auf dem Faradayschen Gesetz und der Lorentzkraft, weist die folgenden Verständnisschwierigkeiten auf:

1. Die Frage, warum es zur Beschreibung eines einzelnen Phänomens zweier verschiedener Beschreibungen (Flußgesetz und Lorentzkraft) bedarf, ist unbeantwortet bzw. ist umstritten.
2. Ein Mechanismus hinter der Lorentzkraft, der erklärt, wieso durch ein Magnetfeld eine Kraft senkrecht zur Bewegung eines Ladungsträgers auftreten kann, kann nicht angegeben werden.
3. Ein Mechanismus, der erklärt, wieso eine Änderung des magnetischen Flusses durch eine bestimmte Fläche ein ringförmiges elektrisches Feld längs des Randes dieser Fläche bedingt, kann nicht angegeben werden.
4. Warum unter bestimmten Bedingungen eine Änderung des magnetischen Flusses durch eine Fläche auf Grund der Bewegung eines Leiters den gleichen Induktionseffekt bewirkt wie eine entsprechende Änderung der Stromstärke, kann nicht angegeben werden.
5. Zum Thema „Unipolare Induktion“ gibt es seit Faradys Entdeckung eine andauernde Diskussion ohne ein abschließendes, allgemein anerkanntes Ergebnis.
6. Zum Thema „einfachster Motor“ gibt es keine publizierte akzeptable Erklärung bezüglich seiner Funktionsweise.

Aus didaktischer Sicht bedeuten diese Unstimmigkeiten, dass der Unterrichtsstoff „Flußgesetz“ und „Lorentzkraft“ wenig geeignet ist, ein tieferes Verständnis bezüglich der physikalischen Welt zu vermitteln. Ein tieferes Nachdenken wird nicht belohnt, Komplexität wird nicht reduziert, sondern es bleiben unverständliche Regeln bestehen, die es gilt, korrekt anzuwenden. Ein solcher Unterrichtsstoff ist wenig geeignet, subjektive Lernerfolgserlebnisse zu bewirken und kann dazu führen, dass Schüler demotiviert werden und sich von der Physik abwenden.

4.2. Zur Weberschen Theorie

Unter Bezug auf das Webersche Kraftgesetz ist dagegen nur als Grundtatsache zu akzeptieren, dass das traditionelle Coulomb-Gesetz, welches bisher nur auf stationäre Ladungsverteilungen anwendbar ist, und in sich schon recht erstaunlich ist, noch etwas erstaunlicher wird durch eine Erweiterung. Die Coulombkraft hängt laut Weber nicht nur vom Abstand der wechselwirkenden Partner, sondern ebenfalls von deren relativer Geschwindigkeit und deren relativer Beschleunigung ab. Dabei bleibt die Eigenschaft der traditionellen Coulombkraft bestehen, dass es nur anziehende oder abstoßende Kräfte gibt, die in Richtung der Verbindungslinie der wechselwirkenden Partner wirken.

Bei der Beschäftigung mit dem Weberschen Ansatz besteht für Schüler die wesentliche Herausforderung darin, zu lernen, in relativen Koordinaten zu denken. Dies ist keine triviale Aufgabe, sondern bedarf der Konzentration und der Fähigkeit, sich gedanklich in ein anderes System zu versetzen und die Welt von dort aus zu betrachten. Eine solche Fähigkeit ist ein wichtiges Element physikalischen Denkens und die notwendige Unterrichtszeit, um diese Fähigkeit sie üben und zu praktizieren, stellt alle mal eine gute Investition dar im Hinblick auf eine gute physikalische Ausbildung. Im Gegensatz zum klassischen Unterrichtsstoff wird eine intensivere Beschäftigung mit dem Weberschen Ansatz belohnt durch ein wachsendes Verständnis. Alle Phänomene können auf die mit der Weberschen Kraftgleichung zusammenhängenden Grundannahmen zurückgeführt werden. Dies bedeutet eine Reduktion der Komplexität beim Betrachten der Welt und ist eine gute Voraussetzung, Lernerfolgserlebnisse zu bewirken und die Motivation für die Physik zu fördern.

Ein diskussionswürdiger Punkt im Zusammenhang mit der Weberschen Gleichung ist die Frage nach Kräften in Fernwirkungs- und Nahwirkungstheorien. Besonders im Bereich der Elektrizität gelten die letzteren als die eigentlichen Naturgesetze, während die ersteren in Mißkredit geraten sind. Zur Zeit Webers galt es als allgemein als ausgemacht, dass es einen Äther gibt. Da Weber über diesen Äther kein genaueres Wissen hatte, konnte er nichts darüber aussagen, wie bei sich ändernden Wechselwirkungen diese Änderungen zwischen den jeweiligen Partner vermittelt werden. Zu unterstellen, diese Vermittlung geschehe bei Fernwirkungskräften spontan, also mit unendlicher Geschwindigkeit, ist unzulässig. Es war Weber, der als erster die Telegraphengleichung aufgestellt hat und er sagte voraus, dass Strom/Spannungsänderungen längs eines widerstandlosen Drahtes mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen werden.

Von der Ausbreitung von Strom/Spannungsänderungen längs eines Drahtes mit $R=0$ und der Ausbreitung elektromagnetischer Signale durch den leeren Raum besteht eine Lücke. Diese zu schließen steht noch aus.

5. Konsequenzen für den Unterricht

Solange die Lehrpläne, die Lehrbücher und die Lehrerausbildung so sind wie sie sind, ist es für die einzelnde Lehrperson kaum möglich, etwas anderes als die traditionellen Inhalte zum Thema „Induktion“ zu unterrichten. Was sich ändern könnte, ist der „Geist“ in dem diese Inhalte vermittelt werden. Ist das Flußgesetz ein Grundgesetz der Natur, welches nicht zu hinterfragen ist, oder ist es eine Regel, die mehr oder weniger erstaunlich die richtigen Ergebnisse liefert, wobei aber niemand weiß, warum?

Beschreibt die Lorentzkraft einen Vorgang, der in der Natur genau so auftritt, oder ist dies ebenfalls nur eine Regel, über die man, da sie so perfekt funktioniert, nur staunen kann, von der aber niemand weiß, warum sie gilt?

Solch ein neuer "Geist" könnte Studenten daran hindern, nach einem tieferen Verständnis des Phänomens "Induktion" zu suchen und könnte so, im Falle eines wahrscheinlichen Scheiterns, verhindern, dass sie das Interesse am weiteren Lernen verlieren.

Vielleicht gibt es darüber hinaus auch noch die Möglichkeit, diejenigen Schüler, die es genauer

wissen wollen, in zusätzlichen AG's in die Welt Webers einzuführen.

6. Literatur

- Ampère A.M. (1820). Mémoire sur l'expression analytique des attractions et répulsions des courans électriques. *Annales de Mines*, 5:546–553.
- Ampère A.-M. (1822) "Mémoire sur la Détermination de la formule qui re présente l'action mutuelle de deux portions infiniment petites de conducteurs voltaïques." *Annales de Chimie et de Physique* 20, 398-421.
- Ampère A.M. (1820). Mémoire sur l'expression analytique des attractions et répulsions des courans électriques. *Annales de Mines*, 5:546–553.
- Ampère A.-M. (1822) "Mémoire sur la Détermination de la formule qui re présente l'action mutuelle de deux portions infiniment petites de conducteurs voltaïques." *Annales de Chimie et de Physique* 20, 398-421.
- Assis A.K.T. (1997). Circuit theory in Weber's electrodynamics, *European Journal of Physics* 18(3) 241-246.
- Assis A. K. T. and Chaib J. P. M. C. "Ampère's Electrodynamics – Apeiron, Montreal, (2015) S.143.
- Bergmann, L. Schaefer, Cl. (1958). *Lehrbuch der Experimentalphysik*, De Gruyter, Berlin, Bd.2, 3.Auflage, pp. 227.
- Chabay R. & Sherwood, B. (2002). *Matter & Interaction*, John Wiley, Vol.2. 816
- Faraday, M. (1832). On the induction of electrical currents. *Phil. Trans. Roy. Soc* , 125-162
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. L. (1964). *The Feynman Lectures on Physics: Electromagnetism and matter (Vol. 2)*. Addison-Wesley Publishing Company
- Weber W. (1846). Elektrodynamische Maassbestimmungen - Über ein allgemeines Grundgesetz der elektrischen Wirkung. Reprint in: Wilhelm Weber's Werke, Vol. 3, H. Weber (ed.), (Springer, Berlin, pp. 25-214 (1893)).
- Weber, W. and Kohlrausch, R. (1856), Über die Elektrizitätsmenge, welche bei galvanischen Strömen durch den Querschnitt der Kette fließt. *Annalen der Physik*, 99, pp. 10-25; reprinted in Wilhelm Weber 's Werke , vol. III, Weber, H. ed., Berlin: Springer, 1893, pp. 597-608.
- Zuza, K., De Cock, M., van Kampen, P., Bollen, L., & Guisasola, J. (2016). University students' understanding of the electromotive force concept in the context of electromagnetic induction, *European. Journal of Physics* 37,6