2 Gleichungs-Gleichungs-lmplikate als Gesetzesaussagen

Nach der Klärung, daß ein Naturgesetz, das die Gesetzmäßigkeit im Ablauf eines Vorgangs beschreibt, durch eine Gesetzesproportionalität treffender als durch eine Gleichung beschrieben wird, ist in diesem Abschnitt zu besprechen, daß in der Naturwissenschaft einige Gleichungen als "Gesetze" bezeichnet werden, die keine Ersatzaussagen für Gesetzesaussagen sind: Das, was sie besagen sollen, kann durch eine einzelne Gleichung gar nicht gesagt werden. - Die bis jetzt in den Blick gekommenen Naturgesetze beschreiben, wie sich eine Größe eines Systems ändert, wenn sich andere Größen des Systems ändern. Und in den Formeln für diese Gesetze steht eine Größe mehr, als Größen gemessen werden, nämlich die Gesetzeskonstante, die nicht selber gemessen wird, sondern sich erst bei der mathematischen Auswertung der gemessenen Größen ergibt. - Beides trifft bei den in diesem Abschnitt zu besprechenden ˙Gesetzen˙ nicht zu.

2.1. Das Hebelgesetz

Ein im Unterricht schon früh behandeltes ˙Gesetz˙ dieser Art ist das sogenannte Hebelgesetz. Es wird zunächst im allgemeinen in der Form

(2.1) $F_1 \bullet l_1 = F_2 \bullet l_2$

geschrieben und folgendermaßen gelesen: Kraft mal Kraftarm ist gleich Last mal Lastarm. Später wird auch formuliert

(2.2) $M_1 = M_2$,

die (an einem Hebel angreifenden) Drehmomente sind gleich, und

(2.3) $\Sigma M = 0$,

die Summe der (an einem Hebel angreifenden) Drehmomente ist null.

Bevor ich auf das eigentliche Anliegen dieses Abschnitts eingehe, ist zu sagen, daß die vorstehenden Gleichungen verbesserungsbedürftig sind. - Wären die im ˙Hebelgesetz˙ stehenden Drehmomente wirklich gleich, könnte ihre Summe nicht null sein. Aus $F_1 \bullet l_1 = F_2 \bullet l_2$ folgt $F_1 \bullet l_1 + F_2 \bullet l_2 = 2 \bullet F_1 \bullet l_1$ beziehungsweise $2 \bullet F_2 \bullet l_2$ und nicht null. Und aus $M_1 = M_2$ folgt $M_1 + M_2 = 2 \bullet M_1$ beziehungsweise $2 \bullet M_2$ und wiederum nicht null.

Kräfte, Längen und Drehmomente sind orientierbare Größen und gehen in eine Rechnung im Kombinat mit einem Vorzeichen ein, also als Axoren (Teil 2). Statt der Gleichungen 2.1 bis 2.3 sind deshalb die fol-genden Axorengleichungen zu schreiben:

(2.4) $\vec{F}_1 \bullet \vec{l}\,(\mathrm{A})_1 = \vec{F}_2 \bullet \vec{l}\,(\mathrm{A})_2$

[+5 Nm • (+3 Nm) = -(+5 Nm • (-3 Nm))],

(2.5) $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$ [+15 Nm = -(-15 Nm)],

(2.6) $\Sigma\vec{M} = 0$ [+15 Nm + (-15 Nm) = 0].

Die im ˙Hebelgesetz˙ stehenden Drehmomentaxoren («Drehmomente») sind also nicht «gleich», sondern gleich groß und entgegengesetzt orientiert. Als "gleich" sind sie nur zu bezeichnen, wenn sie nicht nur gleich groß, sondern auch gleich orientiert sind.

Nun wenden wir uns dem eigentlichen Anliegen dieses Abschnitts zu. - In keiner der Gleichungen 2.4 bis 2.6 (sowie der Gleichungen 2.1 bis 2.3) kommt eine Gesetzeskonstante vor. Alle vier in 2.4 stehenden Größen werden gemessen; keine von ihnen ergibt sich erst bei der mathematischen Auswertung der Meßergebnisse. Vor allem aber beschreiben diese Gleichungen nicht, wie sich Axoren miteinander ändern, sondern besagen, daß zwei Produkte von Größenaxoren (2.4) beziehungsweise zwei Größenaxoren (2.5) gleich groß und entgegengesetzt orientiert sind, beziehungsweise daß die Summe der Größenaxoren (2.6) gleich null ist.

Die Aussagen 2.4 bis 2.6 beschreiben nicht eine Gesetzmäßigkeit im Ablauf eines Vorgangs, sondern einen bestimmten Zustand, nämlich den, daß die an einem Hebel angreifenden Drehmomentaxoren gleich groß und entgegengesetzt orientiert sind. Diese müssen aber nicht immer gleich groß sein; sie sind sofort verschieden groß, wenn einer der beiden Kraftaxoren oder einer der beiden Längenaxoren sein Ausmaß ändert. Diese Gleichungen können deshalb nicht als "Gesetze" bezeichnet werden. Gesetze sind allgemein gültig. Das, was tatsächlich gemeint ist, erfordert eine Aussage, die mehr besagt, als es diese Gleichungen tun. Die zutreffende Aussage muß aber anders lauten als eine Verbalaussage der Art "Ein Hebel befindet sich dann im Gleichgewicht, wenn die beiden Drehmomente gleich (groß) sind". Mit solchen Verbalaussagen wird zwar zutreffend ein Bedingungszusammenhang zum Ausdruck gebracht, nämlich der, daß bei einem Vorgang (und zwar bei der Änderung einer an einem Hebelarm angreifenden Kraft oder bei der Änderung einer Hebelarmlänge) ein bestimmter Zustand erreicht (verwirklicht) sein muß, damit ein bestimmter anderer Zustand eintritt.

Mit dem Wort "Zustand" wird hier nicht ein Gegensatz zu einer Eigenschaft gemeint (wie er zum Beispiel in Ausdrücken der Art "Zustandsgröße" und "Eigenschaftsgröße" impliziert ist), sondern ein Stadium im Ablauf eines Vorgangs, also zum Beispiel im Vorgang der Änderung zweier Drehmomente das Stadium (den Zustand), in dem beide Drehmomente gleich groß sind. - Die in den Implikaten 2.4 bis 2.6 verwendeten Indizes sind also Stadiumsindizes.

In der genannten Verbalaussage beschreibt aber keiner der beiden Aussagenteile einen bedingenden und keiner einen bedingten Zustand; beide Aussagenteile beschreiben vielmehr den gleichen, also nur einen einzigen Zustand. "Sich im Gleichgewicht befinden" heißt ja nichts anderes, als daß sich die beiden Drehmomente kompensieren, daß sie also entgegengesetzt orientiert und gleich groß sind. Die genannte Verbalaussage besagt also: Die Drehmomentenaxoren sind gleich groß und entgegengesetzt orientiert, wenn sie gleich groß und entgegengesetzt orientiert sind. Diese Aussage ist zwar nicht unlogisch; es fördert aber nicht die Klarheit des Denkens, wenn sie als "physikalisches Gesetz" bezeichnet wird.

Welches ist nun der eintretende Zustand, wenn die beiden entgegengesetzt orientierten Drehmomente gleich groß sind? - Da der Hebel ein Gerät ist, mit dessen Hilfe bei einer Arbeitsverrichtung die aufzubringende Kraft verringert werden kann, liegt es nahe, die Größe "Arbeit" in die Betrachtung einzubeziehen. Wir können dann sagen, daß dann, wenn die beiden entgegengesetzt orientierten Drehmomentenaxoren gleich groß sind, der Zustand eintritt, in dem keine Arbeit verrichtet wird, also der Zustand, dem die Gleichung "$W_H = 0$" zugeordnet werden kann. Mit dieser Aussage können wir den Bedingungszusammenhang mathematisch und logisch einwandfrei formulieren, aber eben nicht durch eine einzelne Gleichung, sondern durch zwei Gleichungen, die aussagenlogisch miteinander verknüpft sind, also durch ein Gleichungsimplikat:

(2.7) $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2 \dashrightarrow W_H = 0$
(W_H: mit Hilfe des Hebels verrichtete Arbeit).

In Worten: Wenn die entgegengesetzt orientierten Drehmomentenaxoren gleich groß sind, dann ist die Arbeit (die mit Hilfe des Hebels verrichtet wird) gleich null.

Im Anfangsunterricht kann man - zum Beispiel bei der Besprechung der Balkenwaage - sagen, daß der Hebel dann, wenn die beiden Drehmomente gleich groß sind, seine Lage nicht (mehr) ändert. Soll später das Hebelgesetz formuliert werden, das diesen Namen verdient, muß diese Aussage durch eine physikalisch relevante und mathematisch formulierte ersetzt werden.

Da es beim Hebel gleichgültig ist, welcher Zustand als der bedingende und welcher als der bedingte betrachtet wird, können wir auch schreiben

(2.8) $W_{\mathrm{H}} = 0 \longrightarrow \vec{M}_1 = - \vec{M}_2$:

Wenn (trotz eines Kraftaufwandes) keine Arbeit verrichtet wird, dann sind die beiden entgegengesetzt orientierten Drehmomente gleich groß.

An Stelle der beiden Gleichungsimplikate 2.7 und 2.8 kann deshalb auch das (in beiden ˙Richtungen˙ lesbare) Wechselimplikat

(2.9) $\vec{M}_1 = - \vec{M}_2 \longleftrightarrow W_{\mathrm{H}} = 0$

geschrieben werden: Wenn die (an einem Hebel angreifenden) Drehmomentenaxoren entgegengesetzt orientiert und gleich groß sind, wird (mit Hilfe des Hebels) keine Arbeit verrichtet; und: Wenn (mit Hilfe des Hebels) keine Arbeit verrichtet wird, sind die (am Hebel angreifenden) Drehmomentenaxoren entgegengesetzt orientiert und gleich groß.

Nur die Implikate 2.7 bis 2.9 [und die entsprechenden mit dem Kraftaxor-Längenaxor-Produkt " $\vec{F} \bullet \vec{l}$ (A)" formulierten] sollten als "Hebelgesetz" bezeichnet werden. Nur sie sind allgemeingültige Aussagen. Das, was üblicherweise als "Hebelgesetz" bezeichnet wird, ist kein Gesetz, sondern eine Zustandsgleichung, die erst in einer aussagenlogischen Verknüpfung mit einer zweiten Zustandsgleichung eine zutreffende Formel für ein (allgemein gültiges) Gesetz ist.

Wiederum ist das Streben nach Kürze des Ausdrucks der Grund für eine unlogische Sprech- und Schreibweise, nämlich für die Verwendung nur einer einzelnen Zustandsgleichung an Stelle eines Gleichungsimplikats. Man glaubt, sich diese Kürze leisten zu können, da es ja klar sei, was gemeint ist. Den Lernenden - und nicht nur diesen - ist aber durchaus nicht immer klar, was mit semantisch ungeeigneten Zeichen (Namen und Symbolen) und mit unlogischen Aussagen gemeint ist. Vor allem aber sollte in der Wissenschaftssprache grundsätzlich gesagt werden, was sachlich treffend zu sagen ist, und nicht, was gemeint ist. Außerdem sollte nicht so bedenkenlos mit Namen umgegangen werden, die - wie der Name "Gesetz" - in einer hierarchischen Namenspyramide an einer vergleichsweise hohen Stelle einzusetzen sind.

Das (Wechsel-)Implikat 2.9 ist umständlicher zu schreiben als die Gleichung 2.5 (oder gar die Gleichung 2.2). Das ist aber unerheblich gegenüber dem Vorteil, den es bringt. Es besagt zutreffend, was zu sagen ist, und erleichtert damit den Schülern das Lernen. Diese werden in ihrer geistigen Entwicklung besser gefördert, wenn ihnen bei der Erarbeitung und Formulierung des Implikats bewußt wird, daß eine Gleichung der Art 2.5 nur eine Zustandsgleichung und nur ein Teil einer Gesetzesaussage ist, aber nicht ein Gesetz. Diesen Sachverhalt können die Schüler nicht ebenso gut erkennen und im Gedächtnis behalten, wenn sie als ˙Hebelgesetz˙ von Anfang an und ausschließlich nur die Gleichungen 2.1 bis 2.3 kennenlernen und wenn diese als "Hebelgesetz" bezeichnet werden.

Wichtig ist noch, das folgende herauszustellen. - Das (tatsächliche) Hebelgesetz (Gleichungen 2.7 bis 2.9) ist ein Gesetz ganz anderer Art, als es die bis jetzt betrachteten Naturgesetze sind. Es beschreibt nicht in einer allgemein gültigen Proportionalität, wie sich eine Größe bei einem

Vorgang gesetzmäßig mit anderen Größen ändert; es beschreibt vielmehr, welcher (durch eine Gleichung beschreibbare) Zustand mit einem anderen (durch eine Gleichung beschreibbaren) Zustand sachlich zusammenhängt. - Wir haben also Naturgesetze zweier verschiedener Arten zu unterscheiden, und zwar die Proportionalitätsgesetze, die für sich allein einen gesetzmäßig ablaufenden Vorgang beschreiben, und die Implikatgesetze, die mit Hilfe zweier aussagenlogisch miteinander verknüpfter Gleichungen beschreiben, in welchem gesetzmäßigen Bedingungszusammenhang zwei Zustände stehen.

2.2. Das Massenwirkungsgesetz

Ein anderes Gesetz, das in diesem Abschnitt zu besprechen ist, ist das an einer vergleichsweise späten Stelle des Chemieunterrichts zu behandelnde Massenwirkungsgesetz. Dieses wird in der Form

(2.10) $$\frac{c_A^a \bullet c_B^b \bullet \ldots}{c_L^l \bullet c_M^m \bullet \ldots} = k_i$$

(c: Stoffmengen-Konzentration; A,B,L,M,...: gelöste Stoffe; a,b,l,m, ...: Exponenten der Konzentrationen)

geschrieben und etwa gelesen: Das Produkt der Konzentrationen der Anfangsstoffe geteilt durch das Produkt der Konzentrationen der Endstoffe ist konstant.

Der Ausdruck "Konzentrationsprodukt" zum Beispiel für "$c_A^2 \bullet c_B^3$" (statt "Produkt von Konzentrationspotenzen") ist durchaus zulässig, da "$c_A^2 \bullet c_B^3$" das Konzentrationsprodukt "$c_A \bullet c_A \bullet c_B \bullet c_B \bullet c_B$" ist.

Das Wort "Konzentration" hat mehrere Bedeutungen. Es bezeichnet alle Quotientengrößen, in deren Zähler die Masse oder das Volumen oder die Stoffmenge eines Bestandteils eines Gelöses (einer Lösung /6/) oder eines Mischkristalls und in deren Nenner das Volumen des Gelöses beziehungsweise des Mischkristalls steht. Es muß deshalb präzise angegeben werden, welche Konzentration im speziellen Fall gemeint ist /17/. - Wird auf das Arbeiten mit dem Konstrukt "Stoffmenge" verzichtet (Abschnitt 8), ist die Konstruktgröße "Stoffmengenkonzentration" durch die Größe "Anzahlkonzentration" zu ersetzen.

Semantisch ist noch folgendes anzumerken. - Während zum Beispiel "m_{Kugel}" bedeutet "Masse der Kugel", bedeutet "$c_{Kochsalz}$" nicht "Konzentration des Kochsalzes", sondern "Konzentration des (wässerigen) Kochsalzgelöses an Kochsalz". Die Konzentration eines homogenen Stoffgemisches ist eine Eigenschaft dieses Gemisches und nicht die Eigenschaft eines Gemischbestandteils. Gerade das suggerieren aber Namen wie "Kochsalzkonzentration" und Symbole wie "c_{NaCl}".

Die Aussage der Gleichung 2.10 kann nicht als "Gesetz" bezeichnet werden, weil sie im allgemeinen nicht zutrifft, vor allem nicht, solange eine chemische Reaktion abläuft. Außerdem können dem Reaktantengemisch jederzeit Portionen des einen oder des anderen Reaktanten zugegeben werden, wodurch sich das Produkt der Konzentrationen ebenfalls verändert. - Wiederum wird etwas anderes gemeint, als mit der Gleichung 2.10 allein gesagt wird. Gemeint ist, daß die Reaktion dann ins Gleichgewicht oder zum dynamischen Stillstand kommt, daß also die makroskopisch beobachtbare Reaktionsgeschwindigkeit "v_R" null wird, wenn das Konzentrationsprodukt das Ausmaß "K_i hat. Die Gültigkeit der Gleichung 2.10 ist also lediglich eine Bedingung dafür, daß die Gleichung

(2.11) $$v_R = 0$$

erfüllt wird. Das "Massenwirkungsgesetz" ist (ebenso wie das "Hebelgesetz" in der üblichen Bedeutung des Wortes) nur eine Bedingungsgleichung innerhalb eines Gesetzes. Ein Gesetz ist erst das Wechselimplikat

$$\frac{c_A^a \bullet c_B^b \bullet \ldots}{c_L^l \bullet c_M^m \bullet \ldots} = K_i \Leftrightarrow v_R = 0 \tag{2.12}$$

Wenn das Konzentrationsprodukt das Ausmaß "K_i" hat, dann ist die makroskopisch beobachtbare Reaktionsgeschwindigkeit "v_R" gleich null. Und: Wenn die Reaktionsgeschwindigkeit null ist, dann hat das Konzentrationsprodukt das Ausmaß "K_i".

Wiederum stellt nicht eine einzelne Gleichung ein Gesetz dar; die Gesetzmäßigkeit wird erst durch zwei aussagenlogisch miteinander verknüpfte Zustandsgleichungen abgebildet.

Das Gesetz sachverhaltsgemäß, also durch das Implikat 2.12, darzustellen, erfordert keinen großen Mehraufwand, sagt aber den Lernenden unmittelbar und präzise, worum es sich handelt, und hilft auch, zwei Namen zu finden, die den tatsächlichen Sachverhalt zutreffend abbilden und damit den Lernenden das Verständnis erleichtern, ja überhaupt erst erschließen.

Wir kommen im Unterricht vorläufig nicht darum herum, die Schüler mit dem Wort "Massenwirkungsgesetz" bekannt zu machen, da sich dieses vermutlich noch lange halten wird. Das Wort sollte den Lernenden aber nicht schon bei der Gesetzeseinführung mitgeteilt werden, da wir mit ihm die Schüler mit etwas Unverständlichem belasten. Was sollen sich die Lernenden unter dem Wort "Massenwirkungsgesetz" vorstellen? Üblicherweise wird ihnen gesagt, daß das Wort "Masse" im Namen "Massenwirkungsgesetz" die Bedeutung "Konzentration" habe. Diese Aussage läßt die Schüler fragen, wozu an Stelle des Namens "Konzentration" das Wort "Masse" verwendet wird, warum also nicht gleich der Name "Konzentration" benutzt wird. Und mit diesem Wort beginnt das gleiche Spiel von vorn. Die Schüler müssen sich ja fragen, auf welche Weise eine Konzentration wirken könne. Eine Konzentration ist - wie schon gesagt - eine Eigenschaft eines Stoffgemisches und kann als solche nicht Ursache einer Wirkung in einer Kausalkette sein.

Im Falle ungeschickt gewählter, im Unterricht aber doch zu erwähnender Fachwörter können Verständnisschwierigkeiten am besten dadurch vermieden werden, daß zunächst die sachliche und begriffliche Klärung mit Hilfe zutreffender Namen durchgeführt wird, also mit Namen, die den Schülern den Begriff und die Sache möglichst unmittelbar geben, und daß erst dann, wenn die Schüler den Sachverhalt wirklich verstanden haben, das übliche Fachwort mitgeteilt wird. - Die geistige Entwicklung der Schüler wird gefördert bei der sachlichen, begrifflichen und terminologischen Klärung eines Problems, nicht aber durch das Verwenden eines nicht sachgemäßen Fachwortes, das den Schülern nur mitgeteilt werden kann. Die Einführung eines ungeeigneten terminus technicus, mit dem die Schüler keine verständniserschließende Vorstellung verbinden können, ist eine reine Vokabelmitteilung, die als solche keinen positiven pädagogischen Wert hat. - Konkret gesprochen: Kennen die Schüler nur das Wort "Massenwirkungsgesetz" und die übliche Formel, gewinnen sie nur schwer oder überhaupt nicht die zutreffende Einsicht und verlieren diese - sofern sie sie doch gewonnen haben - leicht wieder. Es ist zum Beispiel bekannt, daß die Schüler in der Reifeprüfung zwar ohne Schwierigkeiten das, was sie als "Massenwirkungsgesetz" gelernt haben, anschreiben, dieses aber - beispielsweise auf Wunsch des Prüfungsvorsitzenden nicht zutreffend diskutieren können. Lernen die Schüler dagegen, daß die Gleichung 2.10 die Bedingungsgleichung für den Reaktionsstillstand ist, also die Reaktionsstillstandsbedingung, und daß das Implikat 2.12 das Reaktionsstillstandsgesetz (und nicht das „Massenwirkungsgesetz“) ist, wird ihnen mit diesen begriffsgemäßen Namen die Sache unmittelbar gegeben. Und wird zur Beschreibung der gemeinten Gesetzmäßigkeit das (gesamte) Implikat 2.12 verwendet, wird die erworbene Einsicht bei jedem Gebrauch des Implikats wieder vergegenwärtigt und damit vor dem Vergessenwerden bewahrt.

$\rightarrow$

V