1. Proportionalitäten als Gesetzesaussagen
Vom Fallvorgang zum Fallgesetz.
Zahlenproportion, Größenproportion und Funktionsgleichung.
Bestimmungsgleichung und Gesetzesproportionalität.
Mit einem logischen Exkurs

1.1. In den heutigen Physiklehrbüchern stehen von vorne bis hinten Funktionsgleichungen der Art

(1.1) $\quad l(\mathrm{S}) = 1/2 \bullet \mathrm{g} \bullet t^2$:

l(S): Länge eines Fallweges S; t: zugehörige Falldauer;
g: Gleitbeschleunigung beim freien Fall («Fallbeschleunigung»)

Die Fallbeschleunigung ist in unserer geografischen Breite und in der Nähe der Erdoberfläche gleich 9,81 $\mathrm{m/s^2}$. Dieses Ausmaß wird im allgemeinen (und auch hier) auf 10 $\mathrm{m/s^2}$ aufgerundet.

Tatsächlich wird die Gleichung 1.1 traditionell in der Form s = 1/2 g t^2" geschrieben und im allgemeinen gelesen "Es ist gleich ein halb ge-te-Quadrat" oder "Es ist gleich ge-halbe-te-Quadrat".

Eine Funktionsgleichung ist eine Gleichung, die beschreibt, in welcher Weise eine Größe (in 1.1 die Fallweglänge) von einer anderen Größe (in 1.1 von der Falldauer) abhängt. Die Größe, die in der Gleichung als unabhängig veränderliche Größe geschrieben ist (in 1.1 also die Falldauer) wird "Argumentengröße" genannt (argumentum [lateinisch]: Beweisgrund); die Größe, die in der Gleichung als abhängig veränderliche Größe geschrieben ist (in 1.1 also die Fallweglänge), heißt "Funktionsgröße" (fungere [lateinisch]: einem Anspruch genügen). - Eine Funktionsgröße kann von mehreren Argumentengrößen abhängen.

In den «Discorsi...», mit denen Galileo Galilei (1564 bis 1642) die neuzeitliche Physik begründete, steht dagegen keine einzige Funktionsgleichung. In diesem Buch ist nur von Proportionen (Verhältnisgleichungen) die Rede. Im «Sachverzeichnis» einer deutschen Übersetzung /9/ werden zum Beispiel die folgenden genannt:

«Strecken verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten»;

«Bei beschleunigter Bewegung verhalten sich die Zeiten, in denen zwei Strecken zurückgelegt werden, wie die eine Strecke zur mittleren Proportionale aus beiden Strecken»;

«Fallzeiten verhalten sich bei geneigten Ebenen gleicher Höhe wie die Strecken»;

«Fallzeiten längs gleich langen, ungleich geneigten Flächen verhalten sich umgekehrt wie die Wurzeln aus den Höhen».

Um die Aussagen Galileis zutreffend zu verstehen und zu würdigen, sind zwei Tatsachen zu beachten.

(1) Zur Zeit Galileis wurden gleichartige Größen (wie alle «gleich benannten Zahlen»)
- addiert (mit heutigen Einheiten: 5 m + 3 m = 8 m),
- von einander subtrahiert (8 m - 3 m = 5 m),
- mit einer Zahl multipliziert (5 m • 3 = 15 m),
- durch eine Zahl dividiert (15 m : 3 = 5 m) und
- zu einander ins Verhältnis gesetzt (5 m : 3 m = 5 : 3).

Die Möglichkeit, eine Größe (nicht mit einer Zahl, sondern) mit einer Größe zu multiplizieren ($3\ \mathrm{s} \bullet 3\ \mathrm{s} = 9\ \mathrm{s}^2$) oder die Quadratwurzel aus einer Größe zu ziehen ($\sqrt[2]{25\ \mathrm{m}} = 5 \bullet \sqrt[2]{\mathrm{m}} = 5\ \mathrm{m}^{1/2}$) war dagegen noch nicht in den Blick gekommen. Ausdrücke der Art "$1\ \mathrm{s}^2$" (1 'Quadratsekunde') oder "$1\ \sqrt[2]{\mathrm{m}}$" (1 'Quadratwurzelmeter') wären sinnlos erschienen. Die an Stelle der Operationen "$3\ \mathrm{s} \bullet 3\ \mathrm{s}$" und "$\sqrt[2]{25\ \mathrm{m}}$" tatsächlich durchgeführten Rechnungen können wir - mit dem Symbol "AF" für "Ausmaßfaktor" («Zahlenwert») - folgendermaßen formulieren:

(1.2) $AF(3\ \mathrm{s}) \bullet AF(3\ \mathrm{s}) = 3 \bullet 3 = 9;$

(1.3) $\sqrt[2]{\mathrm{AF}\ (25\ \mathrm{m})} = \sqrt[2]{25} = 5.$

(2) Die terminologische Differenzierung der Begriffe, die wir heute mit den Namen "Sache", "Größe einer Sache" und "Ausmaßfaktor einer Größe" bezeichnen, war zur Zeit Galileis noch unzureichend. In der Aussage «Strecken verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten» meint das Wort "Zeit" nicht die Kantische Anschauungsform "Zeit", weil man mit dieser nicht in eine mathematische Proportion eingehen kann; und es meint nicht eine Größe, weil man eine Dauer nicht quadrieren konnte; es meint in dieser Aussage vielmehr den Ausmaßfaktor der Dauer; nur diesen konnte man quadrieren. Und das Wort "Strecke" meint nicht die (geometrische) Sache "Strecke", weil man auch mit dieser nicht in eine mathematische Proportion eingehen kann; und es meint - ebenso wie das Wort "Höhe" in der Aussage "Fallzeiten ... verhalten sich umgekehrt wie die Wurzeln aus den Höhen" - nicht eine Größe, weil man aus einer Länge keine Wurzel ziehen konnte; es meint vielmehr den Ausmaßfaktor einer Länge; nur aus diesem konnte man die Wurzel ziehen.

Und so, wie die Möglichkeit, alle mathematischen Operationen auch auf Größen (und nicht nur auf Zahlen) anzuwenden, noch nicht in den Blick gekommen war, kam man auch nicht auf den Gedanken, Funktionsgleichungen aufzustellen.

Die folgende Aussage von Wilhelm H. Westphal in /41/ ist deshalb mit der nötigen Vorsicht zu lesen: «Es war eine der Großtaten Galileo Galileis, daß er lehrte, durch Messung gewonnene Einsichten, also physikalische Gesetze, in der seitdem allgemein angewendeten Form von **Gleichungen** darzustellen. Von da an war es möglich, das physikalische Erkenntnisgut auf übersichtliche und einfache Weise zu sammeln und zu ordnen und durch Operieren mit Gleichungen auf Möglichkeiten neuer Erkenntnisse hingewiesen zu werden.» (Die Hervorhebungen stammen von Westphal.) - Wer unter den im ersten Satz dieses Zitats genannten «Gleichungen» die heute fast ausschließlich verwendeten Funktionsgleichungen versteht und nicht an die von Galilei gefundenen Proportionen denkt, muß sich falsche Vorstellungen über das machen, was seit Galilei noch zu leisten war, bis Funktionsgleichungen formuliert werden konnten, die das, was im zweiten Satz des Zitats gesagt wird, tatsächlich leisten. - Die große Leistung Galileis besteht nicht darin, daß er Funktionsgleichungen aufgestellt hätte, sondern darin, daß er in der damaligen wissenschaftstheoretischen Situation und mit den damaligen experimentellen Hilfsmitteln - man denke nur an seine primitiven Möglichkeiten der Falldauermessung - Methoden erarbeitete, über physikalische Vorgänge quantitative Aussagen zu machen - auch wenn diese erst Aussagen über Zahlenproportionen waren.

Die von Galilei gefundene Proportion, die später zur Gleichung 1.1 führte, wäre bei korrekter begrifflicher und terminologischer Differenzierung konsequent etwa folgendermaßen zu formulieren gewesen:

(1.4) $AF[l(\mathrm{S})_1] : AF[l(\mathrm{S})_2] = [\mathrm{A}F(t_1)]^2 : [\mathrm{A}F(t_2)]^2$:

Der Ausmaßfaktor der Fallweglänge 1 verhält sich zum Ausmaßfaktor der Fallweglänge 2 wie die Zweimalpotenz («zweite Potenz» /34/) des Ausmaßfaktors der Falldauer 1 zur Zweimalpotenz des Ausmaßfaktors der Falldauer 2.

Und diese Gleichung wäre durch die Aussage zu ergänzen gewesen, daß sie nur unter der Voraussetzung gilt, daß beide Fallweglängen in der gleichen Bezugslänge (Längeneinheit) und beide Falldauem in der gleichen Bezugsdauer in die Proportion eingesetzt sind.

Das Wort "konsequent" im Satz vor der Gleichung 1.4 soll daran erinnern, daß man zur Zeit Galileis durchaus schon Längen (und nicht nur deren Ausmaßfaktoren) ins Verhältnis setzen konnte; da man mit Zweimalpotenzen von Falldauern aber nicht arbeiten und diese damit auch nicht ins Verhältnis setzen konnte, müßten in 1.4 die Ausmaßfaktoren der Falldauern eingesetzt werden und damit - konsequenterweise - auch die Ausmaßfaktoren der Fallweglängen.

Die der Proportion 1.4 zuzuordnende Ausdrucksweise ist sehr schleppend, aber vor der Einführung des Rechnens mit Größen unumgänglich, wenn man sich präzise ausdrücken will: In Angaben der Art "3 m" und "300 cm", die die gleiche Größe darstellen, stehen verschiedene Ausmaßfaktoren, und es ist deshalb nicht gleichgültig, welcher der beiden Ausmaßfaktoren in eine Zahlenproportion der Art 1.4 eingesetzt wird.

Erst wenn das Rechnen mit Größen eingeführt ist, kann an Stelle der Zahlenproportion 1.4 eine Größenproportion formuliert werden:

(1.5) $\quad l(\mathrm{S})_1 : l(\mathrm{S})_2 = t_1^2 : t_2^2$

beziehungsweise - allgemeiner ausgedrückt:

(1.6) $\quad l(\mathrm{S})_\mathrm{i} : l(\mathrm{S})_\mathrm{j} = t_\mathrm{i}^2 : t_\mathrm{j}^2$

Die Fallweglängen verhalten sich wie die Zweimalpotenzen der zugehörigen Falldauern.

Erst in dieser Aussage ist ein Vermerk, daß die Größen in jeweils gleichen Bezugsgrößen anzugeben sind, nicht erforderlich. Die mit den Symbolen "3 m" und "300 cm" dargestellte Größe ist mit sich selbst identisch, so daß es gleichgültig ist, in welcher der beiden Darstellungen sie in eine Größenproportion eingesetzt wird. - Allein das zeigt schon, wie vorteilhaft das Rechnen mit Größen im Vergleich zu dem mit «Zahlenwerten» ist.

In 1.4 bis 1.6 sind die Ziffern "1" und "2" nicht Sachindizes, sondern sogenannte laufende Indizes. Sie symbolisieren nicht bestimmte Sachen, sondern bestimmte Stadien (bestimmte Phasen) im Ablauf des Fallvorgangs. Ich werde sie deshalb (der Deutlichkeit wegen) als "Stadiumsindizes" bezeichnen.

Die Sache, um die es sich beim Fallvorgang handelt, ist der - in 1.4 nicht durch einen besonderen Sachindex gekennzeichnete - Fall als solcher. "t" symbolisiert die Dauer des Falls [„$t(\mathrm{F})$"] und $l(\mathrm{S})$" die Länge des während dieser Dauer zurückgelegten Weges [„$l(\mathrm{S})_\mathrm{F}$"]. - Da in diesem Abschnitt ausschließlich vom Fallvorgang die Rede ist, wird - um die Darstellung nicht zu komplizieren - auf die Verwendung des Sachindex verzichtet.

Die erfreulich einfach erscheinende Formulierung Galileis («Strecken verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten») war - wie schon gesagt - nur möglich, weil damals Sachen, Größen und Ausmaßfaktoren von Größen nicht deutlich genug unterschieden wurden.

Es ist heute vielen schon nicht mehr bewußt, daß sich das Rechnen mit Größen erst in diesem Jahrhundert durchsetzte, und zwar vor allem auf Grund der Bemühungen von Julius Wallot. Dessen grundlegend wichtiges Buch /28/ erschien im Jahre 1953 (!). Bis dahin war eine weniger schleppende Ausdrucksweise ebenfalls nur dadurch möglich, daß man sachlichen und begrifflichen Unterschieden einfach nicht gerecht wurde und zum Beispiel von "Größen" auch dann sprach, wenn von "Ausmaßfaktoren von Größen" zu reden gewesen wäre .

1.2. Die Größenproportion 1.6 ist zwar eine Gleichung zwischen physikalischen Größen, nämlich eine Gleichung zwischen Größenverhältnissen (also eine Verhältnisgleichung), aber keine Funktionsgleichung. Um den Weg vom phänomenologisch beobachtbaren Vorgang zur Funktionsgleichung und weiter bis zu einer zutreffenden Gesetzesaussage darstellen zu können, nehme ich an, daß Versuche mit eindrucksvoll großen Fallhöhen durchgeführt werden (zum Beispiel in der Treppenhalle eines Bankhochhauses) und daß mindestens die in den ersten drei Zeilen der Tabelle 1.1 notierten Falldauem und Fallweglängen tatsächlich gemessen werden. (Die in den weiteren Zeilen angeschriebenen Größen können dann den Schülern mitgeteilt werden, ohne daß eine große didaktische Sünde begangen würde.) Die Spalte 2 zeigt, daß das Ding - zur Vereinfachung der Auswertung der Meßergebnisse - aus solchen Höhen fallen gelassen wird, daß die Falldauer genau 1 s, 2 s, 3 s, ist. - Außerdem nehme ich an, daß das Rechnen mit Größen im Unterricht schon vor der Ermittlung des Fallgesetzes eingeführt wurde, so daß den gemessenen Größen (nicht erst eine Zahlenproportion, sondern gleich) eine Größenproportion entnommen werden kann.

Spalte			
1	2	3	4
Versuchsnummer	Falldauer	Fallweglänge	Fallweglänge als Vielfaches der Länge der während der ersten Sekunde durchfallenen Strecke
1	1s	5m	$1 \bullet 5\text{m} = 1^2 \bullet 5\text{m}$
2	2s	20m	$4 \bullet 5\text{m} = 2^2 \bullet 5\text{m}$
3	3s	45m	$9 \bullet 5\text{m} = 3^2 \bullet 5\text{m}$
4	4s	80m	$16 \bullet 5\text{m} = 4^2 \bullet 5\text{m}$
5	5s	125m	$25 \bullet 5\text{m} = 5^2 \bullet 5\text{m}$
6	6s	180m	$36 \bullet 5\text{m} = 6^2 \bullet 5\text{m}$

Tabelle 1.1. Falldauern und Fallweglängen beim freien Fall. Alle notierten Längen sind geringfügig aufgerundet, damit die Auswertung einfacher (weil übersichtlicher) wird und damit sich für die Fallbeschleunigung "g" das üblicherweise angegebene Ausmaß "10 m/s^2" ergibt.

Die gemessenen Größen sind in der Tabelle senkrecht angeordnet, weil diese Darstellung die Schüler während der Auswertung den Fallvorgang als solchen nicht so leicht aus dem Blick verlieren läßt wie die übliche waagrechte Anordnung.

Die Schüler erkennen unschwer, daß sich alle Fallweglängen als Vielfache der Länge der während der ersten Sekunde durchfallenen Strecke darstellen lassen und daß sich die Vervielfachungsfaktoren wie die Zweimalpotenzen der ganzen Zahlen verhalten (Spalte 4). Sie werden auch erfassen, daß diese ganzen Zahlen die Ausmaßfaktoren in den Angaben der Falldauern sind. Und damit ist den in der Tabelle 1.1 notierten Meßgrößen auch die Größenproportion 1.6 unschwer zu entnehmen.

Möchte man mit Hilfe dieser Proportion berechnen, wie groß die Fallweglänge nach einer bestimmten Falldauer ist, zum Beispiel nach 5,5 s, muß man ein zusammengehörendes Paar von Falldauern und Fallweglängen kennen, zum Beispiel das Paar "2 s" und "20 m" (Tabelle 1.1, Zeile 2), und in die Proportion einsetzen:

(1.7) l(S nach 5,5 s) : l(S nach 2 s) = $(5{,}5\text{s})^2 : (2\text{ s})^2$,
l(S nach 5,5 s) = l(S nach 2 s) • $(5{,}5\text{s})^2 /(2\text{ s})^2$ = 151,25 m.

An Stelle des Paares "2 s" und "20 m" könnte man auch jedes andere Paar "$l(S)_j$" und "t_i" als bekannt voraussetzen und in 1.6 zur Berechnung einer Fallweglänge "$l(S)_j$; = l(S nach t_j,)" einsetzen.

Da sich die Fallweglängen wie die Zweimalpotenzen der Falldauern verhalten, stehen diese beiden Größen zueinander in einer linearen Je-größer-desto-größer-Beziehung: Der Quotient dieser beiden Größen ist in jedem Augenblick des Falls gleich:

(1.8) $$\frac{5\text{m}}{(1\text{s})^2} = \frac{20\text{m}}{(2\text{s})^2} = \frac{45\text{m}}{(3\text{s})^2} = \ldots\ldots = \frac{5\text{m}}{(1\text{s})^2}$$

allgemein:

(1.9) $$\frac{l(S)_1}{(t_1)^2} = \frac{l(S)_2}{(t_2)^2} = \frac{l(S)_3}{(t_3)^2} = \ldots\ldots = \frac{l(S)_j}{(t_j)^2} = k_1 = 5\text{ m/s}^2$$

Anstatt die (als bekannt vorausgesetzten) Größen "$l(S)_j$" und "t_j^2" gesondert in die Proportion 1.6 einzusetzen, kann deshalb der ein für alle Mal berechnete Quotient "$_{k1\,=\,5\text{ m/s}}{}^2$" in die sich aus der Proportion 1.6 ergebende Gleichung eingesetzt werden:

(1.10) $l(S)_j = k_1 \cdot t_j^2 = (5\text{ m/s}^2) \cdot t_j^2$:

Die Länge der während der Dauer "t," durchfallenen Strecke " l(S);" ist (formal) gleich dem Produkt aus der Konstanten "$k_1 = 5\text{ m/s}^2$" und der Zweimalpotenz der Falldauer "t".

Erst die Gleichung 1.10 ist eine Funktionsgleichung, die ermöglicht, bei Kenntnis der Konstanten "k_1" eine Funktionsgröße aus einer einzelnen Argumentengröße zu berechnen. In ihr steht eine Größe, die nicht als diese Größe gemessen wird, sondern sich bei der Auswertung der gemessenen Größen "Falldauer" und "Fallweglänge" (nur) mathematisch ergibt. Diese Größe ist der Quotient zweier verschiedenartiger Größen, setzt also voraus, daß man eine Größe (auch) durch eine andersartige Größe dividieren darf. Sie ist damit ein mathematischer Ausdruck, der zur Zeit Galileis, in der nur gleichartige Größen ins Verhältnis gesetzt wurden, außerhalb jeder Betrachtung lag. Erst diese Größe ermöglicht, die verschiedenartigen Größen "Fallweglänge" und "Falldauer" in einer Funktionsgleichung zusammenzufassen; erst die Gesetzeskonstante "k_1" sorgt dafür, daß die Größe links vom Gleichheitszeichen [$l(S)_j$] und die (gesamte) Größe rechts vom Gleichheitszeichen [$k_1 \cdot t_j^2$] nach Art und Ausmaß (formal) gleich sind (Teil 1).

1.3. Nach dem Übergang von der Verhältnisgleichung (Proportion) zur Funktionsgleichung kann und sollte bewußt gemacht werden, daß man diese auch unmittelbar, also ohne erst eine Proportion aufstellen zu müssen, aus den Meßergebnissen ermitteln kann.

Wurde das dabei anzuwendende Verfahren (siehe Abschnitt 3) schon im vorhergehenden Unterricht besprochen, kann das Fallgesetz gleich mit seiner Hilfe abgeleitet werden.

Man stellt die Falldauern und die Fallweglängen auch bei diesem Verfahren in einer Tabelle zusammen (Spalten 2 und 3 der Tabelle 1.2) und prüft, welcher mathematische Ausdruck, der aus zusammengehörenden Meßgrößen gebildet werden kann, bei allen Versuchen gleich ist: Funktionsgröße und Argumentengröße sollen ja in einer (Funktions-)Gleichung miteinander verknüpft werden.

In diesem mathematischen Ausdruck können die Argumentengröße und/oder die Funktionsgröße in der Einmalpotenz oder in einer Mehrmalpotenz vorkommen; und es kann ihnen ein konstantes additives Glied zugefügt sein oder nicht (siehe Abschnitt 3).

Spalte				
1	2	3	4	5
Zeile	t_j in s	$l(S)_j$ in m	$l(S)_j/t_j$ in m/s	$l(S)_j/t_j^2$ in m/s2
1	1	5	5	5
2	2	20	10	5
3	3	45	15	5
4	4	80	20	5

Tabelle 1.2. Zur unmittelbaren Auffindung des Fallgesetzes

Die Spalten 2 und 3 zeigen, daß zwischen der Fallweglänge und der Falldauer eine Je-größer-desto-größer-Beziehung besteht. Das besagt, daß die gesuchte (und bei allen Versuchen gleich sein sollende) Größe ein Quotient sein muß. Die Beziehung ist aber nicht linear: Die Fallweglänge wächst schneller als die Falldauer. Der einfachst mögliche Quotient, der aus den beiden Größen gebildet werden kann, nämlich der Quotient "$l(S)_j/t_j$ " , in dem nur die Einmalpotenzen der beiden Größen und keine additiven Glieder vorkommen, ist deshalb nicht bei allen Versuchen gleich (Spalte 4). Der nächst komplizierte, nicht so schnell wachsende Quotient, in dem die Falldauer in der Zweimalpotenz steht und in dem weiterhin kein additives Glied vorkommt (Spalte 5), ist bereits bei allen Versuchen gleich:

(1.11) $l(S)_j/t_j^2 = 5 \text{ m/s}^2 = k_1$

und erfüllt damit die an ihn gestellte Forderung. Und damit ist die (durch eine Umformung der Gleichung 1.11 sich ergebende) Beziehung 1.10 unmittelbar aus den Meßergebnissen abgeleitet.

1.4. Bevor wir untersuchen, warum sich die Fallweglänge mit der Zweimalpotenz (und nicht mit einer anderen Potenz) der Falldauer ändert und welche physikalische Bedeutung die Konstante "k_1" hat, machen wir uns bewußt, daß die Funktionsgleichungen bis jetzt sowohl zur Beschreibung von Kurven (und Gesetzen) wie auch zur Berechnung von Ordinatengrößen einzelner Kurvenpunkte verwendet werden. Die Gleichung "$l(S) = k_1 \bullet t^2$ " wird nicht nur einer Parabel als solcher zugeordnet; sie wird auch - und zwar unverändert - verwendet, um die Ordinatengröße eines bestimmten Punktes i aus dessen Abszissengröße zu berechnen. Im zweiten Fall symbolisieren die Größenzeichen "t" und "$l(S)$" nicht 'laufende' Koordinaten der Parabel, sondern die ganz bestimmten Koordinaten der jeweiligen Parabelpunkte. Das ist semantisch unkorrekt, aber erfreulicherweise leicht zu vermeiden: Man braucht für die einzelnen Punkte an Stelle der Parabelgleichung nur die Bestimmungsgleichung

(1.12) $l(S)_j = k_1 \cdot t_j^2$ zu verwenden.

Es ist wiederum das Streben nach Kürze des Ausdrucks, das dazu verleitet, die Indizes nicht zu schreiben, wobei das Nichtschreiben noch mit der (nicht gerade wissenschaftlichen) Aussage begründet wird, daß man doch wisse, was gemeint ist. Dazu kommt noch etwas anderes, was auch in der Mathematik bedacht werden sollte, für den Physikunterricht aber besonders wichtig ist: Wenn eine Gesetzesaussage in Form einer Gleichung geschrieben wird, wird sie den Lernenden vor allem als ein Mittel bewußt, Funktionsgrößen aus Argumentengrößen zu berechnen, und weniger als ein Mittel, den Vorgang als solchen zu beschreiben. Die übliche Sprechweise für die Gleichung 1.1 („Es ist gleich ein halb ge-te-Quadrat") stellt die Möglichkeit, eine Funktionsgröße zu berechnen, zu stark in den Vordergrund der Aufmerksamkeit und drängt damit den Vorgang selbst zu stark in den Hintergrund. Eine solche Gleichung wird deshalb der wichtigen Aufgabe, die Vorgänge als solche deutlich zu beschreiben, zu wenig gerecht.

Eine deutliche Aussage über den Fall selbst ist die im Kontext oft gemachte (aber mit der Gleichung 1.12 nicht zutreffend formalisierte) Verbalaussage "Die Fallweglänge ändert sich proportional mit der Zweimalpotenz der Falldauer" beziehungsweise - ausführlicher formuliert - "Der Fall erfolgt so, daß der Quotient (das ˙Verhältnis˙) von Fallweglänge und Zweimalpotenz der Falldauer immer das gleiche Ausmaß hat [$l(S)_j/t_j^2 = k_1$], daß sich also Fallweglänge und Zweimalpotenz der Falldauer proportional (˙verhältnisgleich˙) ändern.

Das Wort "verhältnisgleich" ist unkorrekt, weil ein Verhältnis (nur) der Quotient zweier gleichartiger Größen ist. Die beiden verschiedenartigen Größen ändern sich deshalb quotientengleich.

Erst die vorstehende Verbalaussage betrifft nicht eine einzelne Falldauer "t_j", sondern alle Falldauern von $t_{Anfang} = 0$ bis t_{Ende}, und nicht eine bestimmte Fallweglänge "$l(S)_j$", sondern alle Fallweglängen, die während des Falls ˙durchlaufen˙ werden, also alle Fallweglängen von $l(S)_{Anfang} = 0$ bis $l(S)_{Ende}$.

Es ist deshalb bewußt zu machen, daß die Gleichung 1.12, die grundsätzlich mit Stadiumsindizes zu schreiben ist, keine zutreffende Beschreibung eines Vorgangs ist. Sie steht - als Gleichheitsaussage - in Widerspruch zur zutreffenden Rede von der "proportionalen Änderung" von Fallweglänge und Falldauer. Das Gleichheitszeichen hat in einer Gleichung die Bedeutung "ist gleich" und nicht die Bedeutung "ändert sich proportional mit". Es sollte deshalb in Gesetzesaussagen entweder das Gleichheitszeichen durch ein anderes Zeichen ersetzt werden - was allein eine korrekte Bereinigung des semantischen Mißstandes wäre - oder es müßte dem Gleichheitszeichen nicht nur die Bedeutung "ist gleich", sondern eben auch die Bedeutung "ändert sich proportional mit" zugeordnet werden - was ebenfalls semantisch unbefriedigend wäre.

1.5. Die Ersetzung des Gleichheitszeichens ist nicht so abwegig, wie es auf den ersten Blick erscheinen mag. Das soll ein Blick auf die Logik zeigen, in der sich die Ersetzung des Gleichheitszeichens in dem wichtigen syllogistischen Symbol

(1.13) $a.= b \wedge b =c \rightarrow =a = c$

seit einiger Zeit vollzieht. Das Implikat 1.13 wird im allgemeinen gelesen: Wenn a gleich b und wenn b gleich c ist, dann ist auch a gleich c.

Diese Schreib- und Sprechweise wird von vielen als verbesserungsbedürftig empfunden und soll deshalb auch hier besprochen werden. Dabei wird auch die wichtige Frage des Verhältnisses der Begriffe "Sache", "Begriff" und "Zeichen" noch einmal erörtert werden.

Die Logik handelt ausschließlich von den Zeichen (Namen und Symbolen) - genauer: von den Beziehungen zwischen den Zeichen und den Folgerungen, die sich aus diesen Beziehungen ergeben. Die Aussagen der Logik gelten unabhängig davon, was die Zeichen bedeuten und was sie meinen. (Auf den Unterschied zwischen "bedeuten" und "meinen" werde ich gleich eingehen.) Die Buchstaben "a", "b" und "c" sind demnach Zeichen (und nur Zeichen), so daß das Implikat 1.13 - genau genommen - folgendes besagt: Wenn das Zeichen "a" gleich dem Zeichen "b" ist und wenn das Zeichen "b" gleich dem Zeichen "c" ist, dann ist auch das Zeichen "a" gleich dem Zeichen "c". Da das Implikat nicht besagen kann, daß die Zeichen gleich seien, ist es unzutreffend formuliert.

Da das, was der Schluß besagen soll, nicht mit Hilfe von Gleichheitszeichen zwischen den Buchstaben "a", "b" und "c" gesagt werden kann, wird das Zeichen "ist gleich" („=") schon des öfteren durch das Zeichen "ist gleichbedeutend wie" („glb") ersetzt:

(1.14) a glb b $\wedge$ b glb c $\rightarrow$ a glb c:

Wenn a das Gleiche bedeutet wie b und wenn b das Gleiche bedeutet wie c, dann bedeutet auch a das Gleiche wie c.

Aber auch dieses Implikat ist semantisch unbefriedigend, weil das, was ein Zeichen bedeutet, ein Begriff ist und die Begriffe, die die Symbole "a", "b" und "c" bedeuten, eben nicht gleich sind.

Im Falle eines bestimmten (chemischen) Stoffes können die Zeichen zum Beispiel Folgendes bedeuten:

- „a" glb "Stoff, der bei der Verbrennung von Zink an Luft als fester Verbrennungsrückstand (Asche) entsteht"; zugeordneter Name: "Zinkasche",
- „b" glb "Stoff, der (nur) aus Zink und Sauerstoff ˙besteht˙"; zugeordneter Name: "Zinkoxid",
- „c" glb "˙Stoff˙, der aus Zn^{2+}-Ionen und O^{2-}-Ionen aufgebaut ist"; zugeordneter Name (Formel): "$Zn^{2+}O2^{2-}$" (meistens zu "ZnO" verkürzt).

Das Wort "Stoff" steht im dritten Fall zwischen Unkorrektheitszeichen, weil in diesem Fall die Kontinuumsbetrachtung durch die Diskontinuumsbetrachtung ersetzt ist und das, was bei Kontinuumsbetrachtung als "Stoff" bezeichnet wird, bei Diskontinuumsbetrachtung als "Henadenaggregatstruktur" (und eben nicht mehr als "Stoff") zu bezeichnen ist. - Im vorstehenden Fall ist die Henadenaggregatstruktur eine lonenaggregatstruktur.

Das, was sich selbst gleich ist, ist allein die Sache, die die Zeichen (nicht bedeuten, sondern) meinen, im vorstehenden Beispiel also ein bestimmter Stoff.

Die Zeichen bezeichnen also sowohl Begriffe wie auch Sachen, bedeuten aber (nach Möglichkeit umkehrbar eindeutig) nur Begriffe und meinen (nicht umkehrbar eindeutig) Sachen.

Es hat seinen guten Grund, wenn in den neueren wissenschaftstheoretischen Arbeiten das Wort "meaning" eine große Rolle spielt.

Auf die Frage, was ein Begriff ist, werde ich im Unterabschnitt 6.2 eingehen.

Im Implikat 1.13 sollte deshalb das Gleichheitszeichen nicht durch das Zeichen "ist gleichbedeutend wie" ersetzt werden, sondern durch das Zeichen "ist gleichmeinend wie" (glm):

(1.15) „a" glm "b" $\wedge$ "b" glm "c" $\rightarrow$ a" glm "c":

Wenn "a" das Gleiche (die gleiche Sache) meint wie "b" und wenn "b" das Gleiche meint wie "c", dann meint auch "a" das Gleiche wie "c".

Die Buchstaben "a", "b" und "c" sind nach semantischer Auffassung zwischen Anführungszeichen zu setzen, da sie im Implikat 1.15 weder Begriffe bedeuten noch Sachen meinen, sondern sich selber als Zeichen: Wenn das Zeichen "a" das Gleiche meint wie das Zeichen "b" ...

Im angeführten Beispiel wäre das Implikat 1.15 also folgendermaßen zu spezifizieren: Wenn (der Name) "Zinkasche" das Gleiche (den gleichen Stoff) meint wie "Zinkoxid" und wenn "Zinkoxid" das Gleiche meint wie "$Zn^{2+}0^{2-}$", dann meint auch "Zinkasche" das Gleiche wie "$Zn^{2+}0^{2-}$".

1.6. Diese in der Logik sich vollziehende Ersetzung des Gleichheitszeichens sollte erleichtern, auch in der Physik dort, wo es geboten ist, von der Gleichheitsschreib- und -sprechweise abzugehen. - Kein ernst zu nehmender Grund - außer der Gewohnheit - hindert, in den Gesetzesaussagen an Stelle des Gleichheitszeichens ein anderes Zeichen und - in Ermangelung eines geeigneteren - das bekannte und in /15/ genormte Zeichen "~" („ändert sich proportional mit") zu verwenden:

(1.16) $l(\mathrm{S}) \sim \mathrm{k}_1 \bullet t^2$.

Erst diese Schriftfigur wird der zutreffenden Verbalaussage "Die Fallweglänge ändert sich proportional mit der Zweimal-potenz der Falldauer" gerecht. Diese Schriftfigur ist keine Verhältnisgleichung (Proportion) und keine Funktionsgleichung, sondern eine Gesetzesaussage, und zwar eine Gesetzesproportionalität.

Wie nach den früheren Aussagen klar ist, ist die Proportionalität als solche schon seit langem bekannt. Schriftfiguren der Art 1.16 wurden bis jetzt aber nicht in den Formelbestand der Physik aufgenommen.

Der Gesetzesproportionalität 1.16 kann ohne Schwierigkeit eine Bestimmungsgleichung für die Funktionsgröße in jedem Augenblick des Fallvorgangs entnommen werden. Es ist lediglich für die ·laufende· Falldauer "t" die jeweils bestimmte Falldauer "t_j und für die ·laufende· Fallweglänge "l(S)" die jeweils bestimmte Länge "$l(\mathrm{S})_j$;" zu schreiben und das Proportionalitätszeichen durch das Gleichheitszeichen zu ersetzen:

(1.17) $l(\mathrm{S}) \sim \mathrm{k}_1 \bullet t^2 \longrightarrow l(\mathrm{S})_j = \mathrm{k}_1 \bullet t_j^2$.

Nur in der Bestimmungsgleichung (nicht aber in der Gesetzesaussage) wird das Gleichheitszeichen zutreffend verwendet; und nur die Bestimmungsgleichung ist zu lesen: Die Fallweglänge "$l(\mathrm{S})_1$" ist (formal) gleich dem Produkt aus der Gesetzeskonstanten "k_1" und der Zweimalpotenz der Falldauer "t_j.

Diese Ausführungen sollen exemplarisch bewußt machen, daß **alle Gesetzesaussagen in Form von Proportionalitäten** und nicht in Form einzelner Gleichungen formuliert werden sollten. Nur das Proportionalitätszeichen macht auch formal deutlich, daß die Proportionalitäten etwas anderes sind als die bevorzugt verwendeten Bestimmungsgleichungen und auch etwas anderes als die Definitionsgleichungen für Ersatzgrößen (Teil 1). Nur wenn die verständniserschließende Unterscheidung im gesamten Physikunterricht beachtet wird, bleibt den Schülern besser im Blick, daß die Physik nicht im Rechnen mit Bestimmungsgleichungen aufgeht. - Das Bestreben, die Lernenden möglichst schnell mit den in der Physik gebräuchlichen Formeln bekannt zu machen und dann im Unterricht mit diesen vor allem zu rechnen, läßt die didaktisch wichtigere

Aufgabe leicht aus dem Blick geraten, nämlich die Aufgabe, die Schüler so an diese Formeln heranzuführen, daß sie diese auch zutreffend verstehen.

Auch wenn die Naturgesetze in der Physikliteratur noch nicht in Form von Proportionalitätsaussagen geschrieben werden, sollte der Unterricht doch über diese verlaufen, sollte also - wenn Gesetzesaussagen gemeint sind - das Gleichheitszeichen als "ändert sich proportional mit" gelesen und damit diesem Zeichen (in semantisch unbefriedigender Weise) auch diese Bedeutung zugeordnet werden. Und es wäre bewußt zu machen, daß in der Wissenschaftssprache die ohne 'laufende' Indizes geschriebenen Funktionsgleichungen (bis jetzt) auch an Stelle von Gesetzesproportionalitäten verwendet werden, daß also die Funktionsgleichungen auch als Ersatzaussagen für Proportionalitätsaussagen fungieren.

Die vorstehenden Ausführungen zeigen einmal mehr, wie verständniserschließend und wichtig eine sorgfältige Indizierung ist, und damit auch, daß diese im Unterricht sorgfältiger einzuführen und durchzuführen ist, als das im allgemeinen geschehen dürfte.

Ich kann es mir nicht versagen, an dieser Stelle auf eine Aussage des Mathematikers Frege (1848 bis 1925) zu verweisen, der heute unbestritten als einer der größten Logiker gilt. Er schrieb 1904 /8/: «Das Streben nach Kürze hat viele ungenaue Ausdrücke in die Mathematik eingeführt, und diese haben rückwirkend die Gedanken getrübt und fehlerhafte Definitionen zuwege gebracht. Die Mathematik sollte eigentlich ein Muster von logischer Klarheit sein. In Wirklichkeit wird man vielleicht in den Schriften keiner Wissenschaft mehr schiefe Ausdrücke und infolgedessen mehr schiefe Gedanken finden als in den mathematischen. Niemals sollte man die logische Richtigkeit der Kürze des Ausdrucks opfern.» - Ich bemühe mich, dieser Forderung gerecht zu werden.

Im übrigen betone ich ausdrücklich, daß ich nicht gegen das Rechnen im Physikunterricht spreche. Dieses ist unbedingt erforderlich, und ich schreibe die vorliegende "Grundlegung", damit das Rechnen verständig durchgeführt werden kann, und nicht weil ich meinen würde, daß es nicht erforderlich sei. Es sollte nur nicht - auch nicht unbewußt - so im Vordergrund des Unterrichts stehen, daß seinetwegen die quantitative Beschreibung der Vorgänge als solcher zu stark in den Hintergrund gedrängt wird.

1.7. Nach der Einführung des Begriffs und des Namens "Gesetzesproportionalität" gehen wir nun auf die Frage ein, warum sich die Fallweglänge mit der Zweimalpotenz der Falldauer (und mit keiner anderen) ändert und welche physikalische Bedeutung die Konstante "$k_1 = 5\ \mathrm{m/s^2}$" hat. - Um auf diese Frage eine Antwort zu finden, ist zunächst zu bedenken, daß die aus der Definitionsgleichung für die Ersatzgröße "Gleitgeschwindigkeit v_G",

(1.18) $v_G = l(\mathrm{S}) / t$,

folgende Proportionalität

(1.19) $l(\mathrm{S}) \sim v_G \bullet t$

gemäß dem bisherigen Kenntnisstand impliziert, daß v_G eine konstante Größe ist. Beim freien Fall ist v_G aber nicht konstant; die Fallgeschwindigkeit wird während des Falls vielmehr stetig größer. v_G ist deshalb beim freien Fall eine Größe, die sich selber mit der Falldauer ändert, ist also selber eine Funktionsgröße "$v_G = \mathrm{f}(t) = v_G(t)$", die von der Falldauer abhängt. Aus 1.19 kann deshalb beim freien Fall nicht die Bestimmungsgleichung

(1.20) $l(\mathrm{S})\mathrm{j} = v_G \bullet t\mathrm{j}$

gebildet werden; es gilt vielmehr

(1.21) $l(\mathrm{S})\mathrm{j} = v_G(t) \bullet t\mathrm{j}$.

Welches ist nun die von der Falldauer abhängige Funktionsgröße "$v_G(t)$ "?

Um diese Größe zu finden, ist weiterhin folgendes zu bedenken: Die einem Ding (gleichbleibender Masse) erteilte Gleitbeschleunigung "a_G" ändert sich gemäß dem sogenannten Grundgesetz der Mechanik,

(1.22) $F \sim m \bullet a_G$,

proportional mit der beschleunigenden Kraft:

(1.23) $a_G \sim 1/m \bullet F$.

Die Proportionalität 1.22 - und weitere Proportionalitäten wie zum Beispiel 1.25 - werden hier nicht näher begründet, sondern als bekannt vorausgesetzt: Die Aufgabe dieses Abschnitts besteht darin, an dem als Beispiel gewählten Fallgesetz den Umgang mit einer hinreichend komplizierten Größengleichung zu erläutern, und nicht darin, alle Gleichungen der Physik abzuleiten.

Die den freien Fall beschleunigende Kraft zwischen der Erde und dem fallenden Ding kann im Bereich unserer vergleichsweise kleinen Fallhöhen als konstant betrachtet werden. Und damit kann auch die Beschleunigung, die das Ding erfährt, als konstant angenommen werden (und ebenso die Beschleunigung, die die Erde in einem nicht meßbaren Ausmaß erfährt). Und damit kann schließlich gesagt werden, daß sich die Fallgeschwindigkeit (und nicht die Fallweglänge) proportional mit der Falldauer ändert:

(1.24) $v_G \sim a_G \bullet t$:

Die Fallgeschwindigkeit ändert sich proportional mit der Falldauer.

Da die Fallbeschleunigung konstant ist, fungiert sie in 1.24 als Proportionalitätsfaktor. Sie wird mit dem Buchstaben "g" symbolisiert, so daß wir statt 1.24 schreiben können:

(1.25) $v_G \sim \mathrm{g} \bullet t$

Die in 1.25 stehende Größe "v_G " kann aber nicht in 1.20 eingesetzt werden: die mit der Proportionalität 1.25 gegebene Bestimmungsgleichung

(1.26) $(v_G)_i = \mathrm{g} \bullet t_i$

besagt, daß die Fallgeschwindigkeit nach Ablauf der Falldauer " t_i" gleich g • t_i ist, aber nicht, wie groß die Geschwindigkeit während der Falldauer "t_i" ist. Wollen wir die Länge des während der Dauer "t_i" durchfallenen Weges berechnen, brauchen wir aber die Größe "v_G (während der Dauer t_i)" [v_G(w t_i)] und nicht die Größe "v_G (nach der Dauer t,)" [v_G(n t_i)], weil nur die Multiplikation von v_G(w t_i) mit t_i die während der Dauer "t_i durchfallene Weglänge liefert, nicht aber die Multiplikation von v_G(n t_i) mit t_i. Wir haben deshalb statt 1.21 präzise zu schreiben:

(1.27) $l(\mathrm{S})_j = v_G(\mathrm{w}\ t_i) \bullet t_i$.

Da sich die Fallgeschwindigkeit "v_G((w t_i))" während des Falls dauernd vergrößert, sich also dauernd ändert, muß für sie die durchschnittliche Geschwindigkeit "$v_{G,d}$" während der Dauer "t_i“ eingesetzt werden; es ist also die Gleichung 1.27 noch einmal zu präzisieren:

(1.28) $l(\mathrm{S})_j = v_{G,d}(\mathrm{w}\ t_i) \bullet t_i$

Da die in der Tabelle 1.1 notierten Größen nur ermöglichen, die Geschwindigkeit "v_G(n t_i) zu berechnen, ist zu fragen, welcher Zusammenhang zwischen dieser Größe und der von uns benötigten Größe „$v_{G},_{d}$(w t_{i})" besteht.

Da die Momentangeschwindigkeit (wegen der Konstanz der Fallbeschleunigung) während des Falls gleichmäßig anwächst, ist die durchschnittliche Geschwindigkeit die mittlere Geschwindigkeit "$v_{G,m}$" zwischen der Momentangeschwindigkeit bei Fallbeginn und der nach der Falldauer "t_{j}“

$$(1.29)\quad v_{G,m}(\mathrm{w}\ t_i) = \frac{v_G(\mathrm{n}\ t_i) - v_G(\mathrm{n}\ 0\mathrm{s})}{2} = \frac{v_G(\mathrm{n}\ t_i)}{2}$$

Die mittlere Geschwindigkeit während der Falldauer "t_{i}“ ist halb so groß wie die momentane Geschwindigkeit nach der Falldauer "t_{i}“.

Damit können wir statt 1.28 schreiben:

(1.30) $l(\mathrm{S})_i = v_{G,m}(\mathrm{w}\ t_i) \bullet t_i = v_G\ (\mathrm{n}\ t_i)\ /2 \bullet t_i$.

Da $v_G(\mathrm{n}\ t_i) = \mathrm{g} \bullet t_i$., ist (Gleichung 1.26), gilt auch

(1.31) $l(\mathrm{S})_i = \mathrm{g} \bullet t_i / 2 \bullet t_i\ (= 1/2 \bullet \mathrm{g} \bullet t_i^2)$.

Damit ist geklärt, daß die Funktionsgröße "$\mathrm{f}(t) = v_G(t)$" in 1.21 die Größe

„ $\mathrm{g} \bullet t_i /2$" ist. Und aus 1.31 folgt schließlich die Proportionalität 2

(1.32) $l(\mathrm{S}) \sim \mathrm{g} \bullet t / 2 \bullet t$
$l(\mathrm{S}) \sim 1/2 \bullet \mathrm{g} \bullet t^2$

Die Fallweglänge ändert sich proportional mit der Zweimal-potenz der Falldauer; der Proportionalitätsfaktor ist (formal) gleich der halben Fallbeschleunigung.

Daß dieses Ergebnis richtig ist, zeigt ein Vergleich des in 1.10 stehenden, empirisch gefundenen Proportionalitätsfaktors "$\mathrm{k}_i = 5\ \mathrm{m/s}^2$" mit dem in 1.31 stehenden Proportionalitätsfaktor "g/2". Setzen wir in 1.31 zum Beispiel die nach 3 s Falldauer erreichte Fallweglänge von 45 m ein (Tabelle 1.1, Zeile 3), ergibt sich

(1.33) $45\ \mathrm{m} = \mathrm{g} \bullet 3\ \mathrm{s} / 2 \bullet 3\ \mathrm{s}$;

(1.34) $\mathrm{g}/2 = 5\ \mathrm{m/s}^2$

g/2 ist also tatsächlich gleich groß wie k_1. Damit wissen wir, warum sich die Fallweglänge mit der Zweimalpotenz der Falldauer ändert, und welche physikalische Bedeutung die Konstante "k_i" hat: Sie ist (formal) die halbe Fallbeschleunigung.

Es sei - wiederholend - daran erinnert, daß der Faktor "1/2" nicht unmittelbar zur Fallbeschleunigung gehört, sondern zur Fallgeschwindigkeit. Diese ist während des Falls nicht konstant, so daß in die Gleichung "$l(\mathrm{S})_i = v_G \bullet t_i$" für v_G eine Größe einzusetzen ist, die selber eine Funktionsgröße der Falldauer ist. Diese Größe ist aber nicht die nach t_i erreichte Momentangeschwindigkeit "$v_G(\mathrm{n}\ t_i)$", sondern die mittlere Geschwindigkeit während t_i, also
„$v_{G,m}(\mathrm{w}\ \mathrm{t}_i) = 1/2 \bullet v_G(\mathrm{n}\ \mathrm{t}_i)$“.

Damit ergibt sich insgesamt:

(1.35) $l(\mathrm{S})_i = v_G(\mathrm{w}\ t_i) \bullet t_i = 1/2 \bullet v_G\ (\mathrm{n}\ t_i) \bullet t_i = 1/2 \bullet \mathrm{g} \bullet t_i \bullet t_i = 1/2 \bullet \mathrm{g} \bullet t_i^2$.

Wenn die Infinitesimalrechnung bekannt ist, liefert deren Algorithmus den Faktor "1/2" und die Gleichung 1.1 unmittelbar. - Da beim freien Fall v_G nicht konstant ist, ist von vornherein nicht die Proportionalität "$l(\mathrm{S}) \sim v_G \bullet t$" für die (integralen) Größen$l$(S))" und "t" anzusetzen, sondem die Proportionalität

(1.36) $\mathrm{d}l(\mathrm{S}) \sim v_G \bullet \mathrm{d}t$

für die differentiellen Größen "dl(S)" und "dt. Um diese Gleichung integrieren zu können, wird v_G als Funktion von t ausgedrückt:

(1.37) $v_G \sim \mathrm{g} \bullet t$

Die Integration der sich aus 1.36 und 1.37 ergebenden Proportionalität,

(1.38) $\mathrm{d}l(\mathrm{S}) \sim \mathrm{g} \bullet t \bullet \mathrm{d}t$,

liefert gemäß den Regeln der Integralrechnung automatisch

(1.39) $l(\mathrm{S}) = 1/2 \bullet \mathrm{g} \bullet t^2$.

Es genügt aber nicht, das Ergebnis 1.39 nur formal abzuleiten. Es ist auch die physikalische Bedeutung dieses Ergebnisses zu erarbeiten, wenn die Schüler nicht nur die Integralrechnung an einem Beispiel aus der Physik üben, sondern auch die Physik des Fallvorgangs verstehen sollen.

1.8. Im heutigen Zeitalter der Raumfahrt ist noch daran zu erinnern, daß die Fallbeschleunigung nur dann als konstant betrachtet werden kann, wenn die Fallweglängen vergleichsweise klein sind und die Dinge in ungefähr gleichen Abständen vom Erdmittelpunkt fallen. Würden Fallversuche in erheblich verschiedenen Abständen vom Erdmittelpunkt und/oder mit großen Fallhöhen durchgeführt, könnte diese Konstanz nicht vorausgesetzt werden. Die Fallbeschleunigung ginge dann in eine allgemeinere und entsprechend kompliziertere Gesetzesproportionalität nicht als konstanter Proportionalitätsfaktor ein, sondern als eine (veränderliche) Größe, die selber eine Funktionsgröße ist, und zwar eine Funktionsgröße der Länge des Abstandes "fallendes Ding/Erdmittelpunkt". Diese Funktionsgröße wäre eine zweite Argumentengröße der Fallweglänge.

1.9. Damit sind die Ziele dieses Abschnitts erreicht. Wir wissen jetzt nicht nur, warum sich die Fallweglänge mit der Zweimalpotenz der Falldauer ändert und warum die Größe1/2 • g" als Proportionalitätsfaktor (k_1) zwischen der Fallweglänge und der Zweimalpotenz der Falldauer fungiert, sondern haben mit der Gesetzesproportionalität 1.32 auch eine physikalische Formel eingeführt, die deutlicher als die üblicherweise geschriebene Bestimmungsgleichung den Fallvorgang als ganzen betrifft und damit das Berechnen von Funktionsgrößen aus Argumentengrößen weniger dominierend in das Zentrum der Aufmerksamkeit rückt.

Ich habe den Untersuchungsgang so ausführlich dargestellt, um zu verdeutlichen, was alles in einem allgemein bildenden und deshalb ohne Begründungslücken durchzuführenden Unterricht tatsächlich zu klären ist, wenn dieser auch den künftigen Nichtphysikem einen 'Durchblick' auf die Vorgehensweise der Physik und auf diese selber eröffnen soll. Selbst der Hinweis auf die in der Raumfahrt auftretenden Probleme ist in diesem Sinne gemeint: Er soll den Schülern bewußt machen, daß es sich im allgemein bildenden Unterricht tatsächlich nur um einen Einblick in die Sachverhalte und Untersuchungsmethoden der Physik handelt und daß - beispielsweise - die in der Raumfahrt tätigen Physiker, Mathematiker und Techniker sehr viel mehr und sehr viel schwierigere Probleme zu lösen haben, als im Unterricht behandelt werden können.

Die beschriebene Ableitung des Fallgesetzes erfordert ein konzentriertes und ausdauerndes Mitdenken der Schüler: Die Physik ist kein leichtes Fach. Die Ableitung enthält aber nichts, was die Schüler nicht tatsächlich bedenken müssen, wenn sie das Fallgesetz wirklich verstehen sollen. Sofern die Ableitung im Unterricht auf eine "leichtere" Weise durchgeführt wird, wird vermutlich einfach manches nicht ausdrücklich behandelt, was zum zutreffenden Verständnis erforderlich ist. Man sollte aber von den Schülem nicht erwarten, daß sie das, was im Unterricht als zu schwer übergangen worden ist, irgendwann einmal schon von selbst verstehen werden. Der Unterricht hat nicht die Aufgabe, die Sachverhalte vereinfacht und damit unzutreffend darzustellen, sondern die Aufgabe, grundlegend wichtige Sachverhalte unter Isolierung der Schwierigkeiten so zu untersuchen, daß sie von den Schülern in ihrer Komplexität verstanden werden. Das erfordert seine Zeit. Diese sollte aber aufgebracht werden, da es meiner Meinung nach wichtiger ist, daß die Schüler grundlegende Sachverhalte und Untersuchungsmethoden wirklich verstehen, als daß sie mit vielen speziellen Problemen konfrontiert werden, die nur für künftige Physiker von Belang sind und die diese während ihres späteren Hochschulstudiums noch kennenlernen werden.

Im übrigen meine ich nicht, daß der Unterricht genau so durchgeführt werden müßte, wie ich das hier beschreibe. Wohl aber meine ich, daß es eine wichtige Aufgabe der künftigen Fachdidaktik ist, den Unterricht entsprechend den Ausführungen in den drei Bänden dieser "Grundlegung" neu aufzubereiten. Damit dies erfolgreich geschehen kann, ist hier zu zeigen, wie vieles von dem, was mehr oder weniger selbstverständlich zu sein scheint, möglicherweise noch nicht zutreffend aufgefaßt wurde. Die "Grundlegung" soll zeigen, was alles zu bedenken ist, wenn die Schüler zu einem verständigen Umgehen mit Größen und Größengleichungen angeleitet werden sollen, und ist kein Lehrgang der Physik oder der Chemie.

$\rightarrow$

V