3. Namen für unpolare und polare Skalare sowie für orientierte und gerichtete Größen. Liste der in den Abschnitten 1 und 2 eingeführten Begriffsbezeichnungen und Begriffe

3.1. So wie einer Strecke ein Gleitsinn zugeordnet und diese dadurch zu einem Pfeil gemacht werden kann, kann auch den meisten physikalischen Größen ein physikalischer Sinn (Bewegungssinn, Änderungssinn, ...) zugesprochen und können diese damit zu polaren Größen gemacht werden. Und polare Größen können wie Pfeile bezüglich einer einzelnen Bezugsachse orientiert beziehungsweise in einem Bezugsachsensystem gerichtet werden.

Zu den vergleichsweise wenigen unpolaren, also nicht orientierbaren und nicht richtbaren Größen gehört zum Beispiel die Masse. Eine polare orientierbare, aber nicht richtbare Größe ist zum Beispiel die im Abschnitt 1 schon erwähnte elektrische Spannung. Und polare sowohl orientierbare wie auch richtbare Größen sind zum Beispiel die Geschwindigkeiten und die Kraft.

Die elektrische Ladung, die weder orientiert noch gerichtet werden kann, aber doch in zwei 'gegensinnigen', als "positiv" und "negativ" bezeichneten Arten existiert, erfordert eine gesonderte Betrachtung (Abschnitt 10).

Während eine unpolare Größe durch eine Strecke dargestellt wird, ist eine polare durch einen Pfeil zu veranschaulichen.

Während üblicherweise gesagt wird, daß durch Pfeile Vektoren dargestellt werden, also Größen, die nicht nur polar, sondern bezüglich ihrer Umgebung auch gerichtet sind, sage ich hier, daß auch eine für sich allein betrachtete polare Größe, also zum Beispiel eine Geschwindigkeit als solche, durch einen Pfeil darzustellen sei. - Die polaren Größen sind ja Ausmaßgrößen, die einen Bewegungssinn haben und deshalb orientierbar und meistens auch richtbar, aber als nur-polar betrachtete Größen weder orientiert noch gerichtet sind. Sie unterscheiden sich von den orientierten und gerichteten Größen nur dadurch, daß sie für sich allein, also ohne Bezug zu ihrer Umgebung betrachtet werden. **Die polaren Größen als solche** sind also ('reine') **Eigenschaftsgrößen**. Im Gegensatz zu ihnen bringen die orientierten und die gerichteten Größen zusätzlich zu ihrer Art und ihrem Ausmaß auch noch die Orientierung der Größen hinsichtlich einer Bezugsachse beziehungsweise die Richtung in einem Bezugsachsensystem zum Ausdruck. Die **orientierten** und die **gerichteten** Größen sind also **Eigenschafts-Relations-Kombinate**. Auf sie ist im Abschnitt 4 ausführlich einzugehen. Hier ist nur zu klären, daß durch die Berücksichtigung der Umgebung einer polaren Ausmaßgröße an dieser nichts geändert wird. Die Beachtung der Umgebung erfordert aber die zusätzliche Angabe beziehungsweise Kennzeichnung des jeweiligen Bezugs (Abschnitt 4). Im Falle einer zeichnerischen Darstellung kann deshalb eine polare Größe auf jeden Fall durch einen Pfeil veranschaulicht werden, und zwar durch einen für sich allein gezeichneten, wenn die polare Größe für sich allein betrachtet wird, und durch einen Pfeil im Kombinat mit einer Bezugsachse oder einem Bezugsachsensystem, wenn die Orientierung beziehungsweise Richtung der polaren Größe mit bedacht wird (Bild 3.1 am Ende dieses Abschnitts).

Um Unklarheiten zu vermeiden, führe ich an dieser Stelle einige Namen mit einem hinreichend großen begrifflichen Auflösungsvermögen ein. Soll den Problemen auf den tatsächlichen Grund gegangen werden, ist nach Möglichkeit von Anfang an mit Wörtern zu arbeiten, deren Gebrauch unmißverständlich festgelegt (definiert) ist. Dabei ist nicht zu vermeiden, sondern im Gegenteil erforderlich, daß diese Namen ungewohnt sind. Würden bei einer begrifflich besser differenzierenden Analyse nur die gewohnten, zu wenig differenzierenden Wörter verwendet, bestünde die Gefahr, daß die Leser bei diesen Wörtern (nur) an die alten mit ihnen assoziierten Vorstellungen denken und dann die Ausführungen nicht zutreffend zur Kenntnis nehmen würden.

3.2. Sowohl die unpolaren wie auch die polaren Größen als solche sind Eigenschaften, und zwar Ausmaßeigenschaften ohne beziehungsweise mit einem physikalischen Sinn. Da dieser mathematisch nicht manifest wird, werden die unpolaren und die polaren Größen im Größenkalkül in völlig gleicher Weise behandelt. Dieser Gemeinsamkeit wegen sind sie begrifflich und terminologisch zusammenzufassen und den orientierten und den gerichteten Größen, also den Eigenschafts-Relations-Kombinaten, gegenüberzustellen. Die gleiche mathematische Behandelbarkeit hebt aber den großen begrifflichen Unterschied zwischen den unpolaren und den polaren Größen nicht auf: Nur die polaren Größen können orientiert oder gerichtet werden. Anders gesagt: Die Eigenschafts-Relations-Kombinate sind Größen, deren eine Konstituente (neben der Orientierung oder der Richtung als der anderen Konstituenten) immer eine polare (und nie eine unpolare) Größe ist.

Wir haben also die folgenden Begriffe zu unterscheiden:

1. ('Reine') Ausmaßeigenschaft oder -relation [zum Beispiel die Masse "m(1) = 3 kg", die elektrische Spannung "U(1) = 3 V", die Gleitgeschwindigkeit "$v_G(1)$ = 3 m/s"]

> 1.1. Unpolare Ausmaßeigenschaft oder -relation [zum Beispiel die Masse "m(1) = 3 kg"]
>
> 1.2. Polare Ausmaßeigenschaft oder -relation [zum Beispiel die nicht orientierte und nicht richtbare Spannung "U(1) = 3 V", die nicht orientierte und nicht gerichtete Gleitgeschwindigkeit "$v_G(1)$ = 3 m/s"]

2. Ausmaß-Relations-Kombinat [zum Beispiel das Spannungs-Orientierungs-Kombinat "U(1) = -3 V", das Gleitgeschwindigkeits-Richtungs-Kombinat "$v_G(1)$ = 3 m/s, $\alpha(1) = 30^o$

> 2.1.Ausmaß-Orientierungs-Kombinat [zum Beispiel das Spannungs-Orientierungs-Kombinat "U(1) = -3 V", das Geschwindigkeits-Orientierungs-Kombinat "vG(1) = -3 m/s"]
>
> 2.2.Ausmaß-Richtungs-Kombinat [zum Beispiel das Gleitgeschwindigkeits-Richtungs-Kombinat "$v_G(1)$ = 3 m/s, $\alpha(1) = 30^o$"; Bild 3.1]

Wie vorstehend zu bemerken ist, sind die Größensymbole zum Teil unkorrekt und im Folgenden noch zu präzisieren (Unterabschnitt 4.3).

Diese Liste macht bewußt, daß wir mit den beiden traditionell allein verwendeten Namen "Skalar" und "Vektor" nur Bezeichnungen für die Gruppe 1 ("Skalare") und die Untergruppe 2.2 ("Vektoren") zur Verfügung haben, aber keine eigenen Namen für die Gruppe 2 und für die Untergruppen 1.1, 1.2 und 2.1.

Die polaren Skalare unterscheiden sich von den unpolaren so wesentlich, daß sie - wie schon gesagt - von diesen auch terminologisch abzuheben sind. Da die unpolaren Skalare durch Strekken veranschaulicht werden und die polaren durch Pfeile, können die Größen der Untergruppe 1.1 als "Streckengrößen" oder "**Spatare**" (spatium [lateinisch]: Raum, Strecke) bezeichnet werden und die der Untergruppe 1.2 als "Pfeilgrößen" oder "**Sagittare**" (sagitta [lateinisch]: Pfeil). Diese ungewohnten Namen bringen das Wesentliche, nämlich das Fehlen beziehungsweise das

Vorhandensein eines Bewegungssinns einigermaßen deutlich zum Ausdruck. - Möchte man diese Namen vermeiden, können die beiden Untergruppen der Skalaren auch mit den Substantiven "Unpolare" und "Polare" bezeichnet werden.

Das Wort "Polar" (Maskulinum) in der hier gemeinten Bedeutung hätte selbstverständlich nichts mit dem Wort "Polare" (Femininum) zu tun, das in der Geometrie der Kegelschnitte verwendet wird.

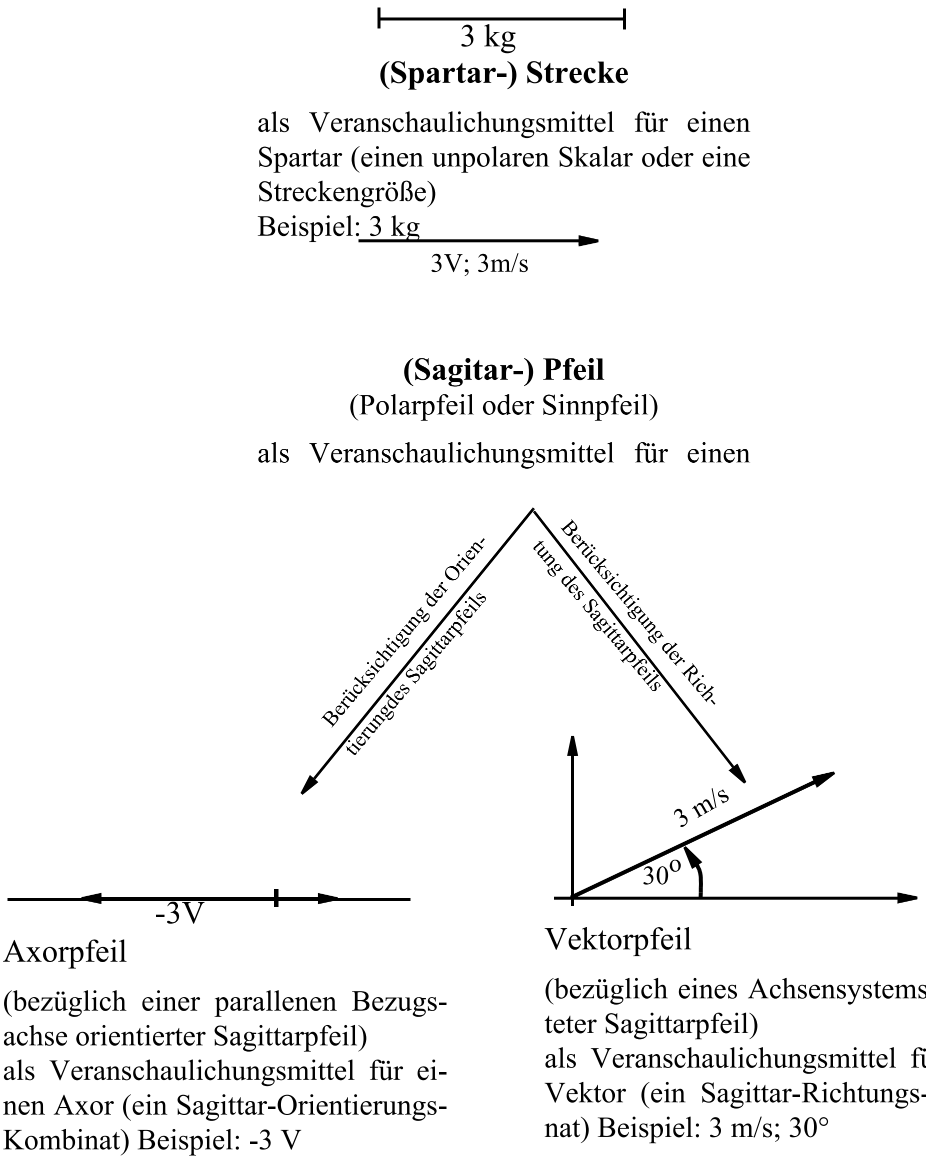

Bild 3.1. Strecken und Pfeile als Veranschaulichungsmittel für Spatare, Sagittare, Axoren und Vektoren

Als Name für die Gruppe 2 scheint die den Begriff unmittelbar zum Ausdruck bringende Bezeichnung "Ausmaß-Relations-Kombinat" gut geeignet zu sein und damit auch zu genügen. Ich werde deshalb für diese Gruppe keinen besonderen Namen verwenden.

Als Namen für die Untergruppe 2.1 werde ich - so lange kein treffenderer Name gefunden wird - das Wort "Axor" verwenden.

Dieser Name bringt nur die Hälfte des Wesentlichen zum Ausdruck, nämlich die (Parallelitäts)-Beziehung des Axors zu einer einzelnen Achse (während ein Vektor in einem Achsensystem gerichtet ist). Er bringt nicht zum Ausdruck, daß der Axor zur Bezugsachse in einer Orientierungsbeziehung steht. - Der Name "Axor" ist aber semantisch immer noch befriedigender als der für gerichtete Größen verwendete Name "Vektor": Dieser leitet sich vom lateinischen Wort "vectare" für "führen", "bringen", "tragen" ab.

Damit ordne ich der vorstehenden Begriffsliste die folgende Namensliste zu:

1. Skalar oder Ausmaßgröße

   1.1. Spatar (Streckengröße) oder Unpolar

   1.2. Sagittar (Pfeilgröße) oder Polar

2. Ausmaß-Relations-Kombinat

   2.1. Axor (Ausmaß-Orientierungs-Kombinat)

   2.2. Vektor (Ausmaß-Richtungs-Kombinat)

Die Größen als solche und die sie veranschaulichenden Strecken und Pfeile sind terminologisch selbstverständlich ebenfalls zu unterscheiden. So ist zum Beispiel ein Vektor etwas anderes als der den Vektor darstellende Vektorpfeil.

Im Bild 3.1 sind die Strecken und Pfeile (ohne und mit Bezug zu einer Achse beziehungsweise einem Achsensystem) und die durch sie darzustellenden Größen (Größenklassen) zusammenfassend dargestellt.

3.3. Die angeführten Beispiele machen bewußt, daß Axoren durch ein einziges (vorzeichenbehaftetes) Faktorenprodukt dargestellt werden [U(1) = -3 V], während zur Beschreibung von Vektoren zwei aufzählend angegebene Faktorenprodukte erforderlich sind [$v_G(1)$ = 3 m/s; $\alpha(1) = 30^o$]. Ein Vektor kann wohl zeichnerisch durch einen einzigen, in einem Koordinatensystem gerichteten Pfeil, nicht aber im Größenkalkül durch ein einziges (vorzeichenloses oder vorzeichenbehaftetes) Faktorenprodukt dargestellt werden. (Näheres hierzu im Abschnitt 8.)

Bei der kalkülgerechten Darstellung von Axoren sind Vorzeichen erforderlich, weil Axoren bezüglich einer Bezugsachse oder eines anderen Axors gleich oder entgegengesetzt orientiert sein können und die Vorzeichen eben die Orientierung zum Ausdruck bringen (Bild 3.2, Teilbild 1).

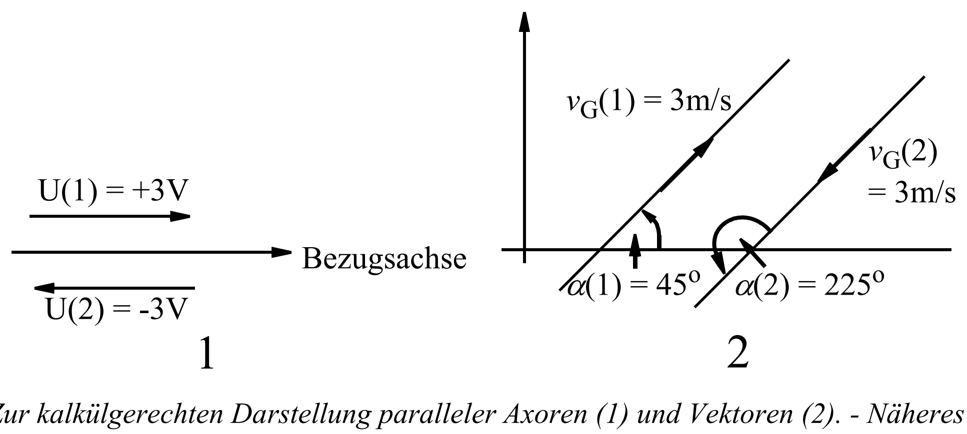

Bild 3.2. Zur kalkülgerechten Darstellung paralleler Axoren (1) und Vektoren (2). - Näheres im Text

Auch parallele Vektoren können gleich oder entgegengesetzt orientiert sein (Bild 3.2, Teilbild

2). Diese Tatsache darf aber nicht verschleiern, daß eine verschiedene Orientierung paralleler Vektoren schon durch deren Richtung beschrieben wird: $v_G(1) = 3$ m/s; $\alpha(1) = 45°$; $v_G(2) = 3$ m/s; $\alpha(2) = 225°$.

Es wäre überflüssig und irreführend, wollte man die Geschwindigkeitskonstituente des Vektors (den «Betrag des Vektors») mit dem vorzeichenbehafteten Ausmaß "+3 m/s" beziehungsweise "-3 m/s" angeben, diese Konstituente also nicht wie eine (reine.) Ausmaßgröße, sondern wie einen Axor darstellen. Durch die aufzählende Angabe der beiden Produkte (3 m/s, 45°; 3 m/s, 225°), die sich nicht zu einem einzigen Produkt "Zahlenwert mal Einheit" (mit oder ohne Vorzeichen) zusammenfassen lassen, werden entgegengesetzt orientierte Vektoren unmißverständlich beschrieben.

Wenn bei parallelen Vektoren aus irgendeinem Grund wohl deren Parallelität, nicht aber deren Richtung in einem Achsensystem von Belang ist, ist die Einbettung der Vektoren in ein Achsensystem überflüssig: Die Vektoren können dann als parallele, gleich oder entgegengesetzt orientierte Axoren aufgefaßt und im Größenkalkül als solche behandelt werden. - Die hierzu im Abschnitt 8 folgenden, näheren Ausführungen werden erkennen lassen, wie klärend sich die deutliche Unterscheidung von Axoren und Vektoren auswirkt.

3.4. Damit die in den Abschnitten 1 bis 3 eingeführten Namen und die ihnen hier zugeordneten Bedeutungen nicht an verschiedenen Stellen des Buches gesucht werden müssen, werden sie in diesem Unterabschnitt in begriffslogischer Reihenfolge zusammengestellt.

Die Namen "Punkt", "Linie", "gerade Linie" ("Gerade"), "Fläche", "ebene Fläche" ("Ebene") und "Raum" werden im Sinne der euklidischen Geometrie als bekannt vorausgesetzt und behandelt.

Eine **Strecke** ist ein beidseitig begrenztes Geradenstück. Sie ist die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Punkten.

Ein **Strahl** ist das Kombinat aus einer Geraden und einem (der Geraden zugesprochenen) Gleitsinn (Durchlaufsinn). Er hat zwei (im Unendlichen liegende) Pole, die unterschieden und geordnet werden können. (Zwei Pole heißen "geordnet", wenn feststeht, welcher von ihnen der erste und welcher der zweite Pol ist.) Der Gleitsinn weist vom Pol 1 zum Pol 2.

Ein **Pfeil** ist das Kombinat aus einer Strecke und einem (der Strecke zugesprochenen) Gleitsinn.

Eine **eindimensionale Figur** ist eine Linie bestimmter Form (eine Gerade, ein quadratischer Streckenzug, eine Kreislinie, eine [unbegrenzt lange] Parabellinie, ...).

Eine zweidimensionale Figur ist

- ein zweidimensionales Kombinat eindimensionaler Figuren (ein Zweibein, ein zweidimensionales Achsensystem, ...) oder
- ein Flächenstück (eine Kreisfläche [endlicher Größe], eine [unbegrenzt große] von einer Parabellinie [nicht vollständig umschlossene] Parabelfläche,...).

Eine **dreidimensionale Figur** ist

- ein dreidimensionales Kombinat eindimensionaler Figuren (ein dreidimensionales Dreibein, ein dreidimensionales Achsensystem, ...) oder
- ein Kombinat aus einem Flächenstück und einer eindimensionalen Figur (ein Rechteck und eine Flächennormale, ...) oder

- ein (dreidimensionales) Raumstück (eine Kugel [endlicher Größe], ein [unbegrenzt großer] von einer parabolischen Fläche eingeschlossener parabolischer Körper, ...).

Ein **Ding** ist eine materielle und immer dreidimensionale Sache (ein ˙materieller Körper˙).

Eine **polare Sache** ist eine Sache, der ein physikalischer Sinn zugesprochen wird (Strahl, polares Rechteck [Bild 7.1], ...) oder die einen physikalischen Sinn von sich aus hat (Gleitbewegung, Drehbewegung, ...).

Eine **polare Größe** ist eine physikalische Größe, der ein physikalischer Sinn zugesprochen wird.

Ein **physikalischer Sinn** (Gleitsinn, Drehsinn, Schraubsinn, Änderungssinn, Ablaufsinn) ist eine Eigenschaft, die einer Sache oder einer Größe zugesprochen wird (Gleitsinn eines Strahls oder einer Hebelarmlänge, Drehsinn eines Areals, Schraubsinn eines Raumwinkels, Sinn einer Massenänderung, ...) oder die eine Sache von sich aus hat (Drehsinn einer Drehung, ...).

Der physikalische Sinn wird mathematisch nicht besonders erfaßt.

Die **Orientierung** eines physikalischen Sinns ist eine alternativ umschlagende Relation: Zwei Sinne sind entweder gleich orientiert oder entgegengesetzt orientiert; eine weitere Orientierungsmöglichkeit gibt es nicht. Sind die Sinne gleich orientiert, wird der eine Sinn in Bezug auf den anderen als "positiv orientiert" bezeichnet; sind sie entgegengesetzt orientiert, wird der eine in Bezug auf den anderen als "negativ orientiert" bezeichnet.

Die Orientierung wird im Größenkalkül durch Orientierungszeichen beschrieben. Diese sehen aus mathematischen Gründen aus wie Symbole für die ˙relativen Zahlen˙ "+1" und "-1" beziehungsweise wie die mathematischen Vor- und Operationszeichen "+" und "-" und werden im Kalkül wie diese behandelt.

Eine **orientierte physikalische Größe** ist eine Größe, deren physikalischer Sinn hinsichtlich des Sinns einer parallelen Größe orientiert ist. Sie wird mathematisch durch das Dreifaktorenprodukt "Orientierungsfaktor mal Ausmaßfaktor mal Bezugsgröße (Einheit)" dargestellt (Abschnitt 4).

Die **Lage einer (in einer Ebene liegenden) Geraden** bezüglich ihrer zweidimensionalen Umgebung (zum Beispiel eines zweidimensionalen Achsensystems) ist diejenige Relation, die allen in ein und derselben Ebene liegenden parallelen Geraden gemeinsam ist. Sie wird durch einen einzigen Winkel beschrieben (zum Beispiel durch den, unter dem die Gerade die x-Achse eines Achsensystems schneidet).

Die **Lage einer zweidimensionalen Figur** in ihrer Ebene kann beschrieben werden durch die Lage einer Geraden (oder eines Geradenstücks), die der Figur zukommt (Seitenlinie, Durchmesser, ...) oder dieser zugeordnet wird (Tangente, ...).

Die **Stellung einer Geraden im Raum** ist diejenige Relation, die allen einander (im Raum) parallelen Geraden gemeinsam ist. Sie wird durch die drei Winkel beschrieben, unter denen die Gerade (zum Beispiel) die Koordinatenachsen schneidet.

Die **Stellung einer Ebene im Raum** ist diejenige Relation, die allen einander (im Raum) parallelen Ebenen gemeinsam ist. Sie kann durch die Stellung einer Geraden beschrieben werde, die senkrecht auf der Ebene steht.

Die **Stellung eines Körpers (im Raum)** kann beschrieben werden durch die Stellung einer Ebene (oder eines Ebenenstücks), die dem Körper zukommt (Seitenfläche, ...) oder diesem zugeordnet wird (Tangentialebene, ...). Die Stellung dieser Ebene kann ihrerseits durch die Stellung der Ebenennormalen beschrieben werden.

Die **Richtung eines Strahls in der Ebene** ist das Kombinat aus der Relation "Lage des Strahls in der Ebene" und der Eigenschaft "Gleitsinn des Strahls". Die Richtung eines Strahls in der Ebene ist also diejenige Relation, die allen einander parallelen (und in ein und derselben Ebene liegenden) Strahlen gemeinsam ist. Die Richtung in der Ebene wird durch einen einzigen Winkel beschrieben.

Die Richtung eines Strahls im Raum ist das Kombinat aus der Relation "Stellung des Strahls im Raum" und der Eigenschaft "Gleitsinn des Strahls". Die Richtungskonstituente "Stellung des Strahls" wird durch drei Winkel beschrieben.

Ein **Skalar** (eine Ausmaßgröße) ist eine physikalische Größe (mit oder ohne physikalischem Sinn), die - falls sie einen Sinn hat - weder orientiert noch gerichtet ist.

Ein **Spatar** (eine Streckengröße, ein Unpolar) ist ein Skalar, der keinen physikalischen Sinn hat (und damit weder orientierbar noch richtbar ist).

Ein Sagittar (eine Pfeilgröße, ein Polar) ist ein Skalar, der einen Sinn hat (und damit auf jeden Fall orientierbar und meistens auch richtbar ist), aber weder orientiert noch gerichtet ist.

Ein Ausmaß-Relations-Kombinat ist ein Kombinat aus einem Sagittar und einer Orientierung oder einer Richtung.

Ein **Axor** ist ein Sagittar-Orientierungs-Kombinat.

Ein **Vektor** ist eine Sagittar-Richtungs-Kombinat.