

1. Lage, Gleitsinn und Richtung von Linien in der Ebene.

Lage von Figuren in der Ebene. Stellung von Linien, Figuren und Körpern im Raum. Eine terminologische Anmerkung

Im ersten Teil der Arbeit wurden die Begriffe "Lage" und "Stellung" eingeführt, aber noch nicht der Begriff "Richtung". Dieser und einige weitere (in sein Umfeld gehörende) Begriffe sind jetzt zu Beginn des zweiten Teils zu besprechen.

1.1. Das Wort "Richtung" wird in mehreren Bedeutungen verwendet. Von diesen sind zwei auch für das verständige Umgehen mit physikalischen Größen wichtig und deshalb hier eingehend zu klären. Wir sagen zum Beispiel:

(1.1) Der Omnibus, der von dieser Haltestelle abfährt, fährt in der 'Richtung' vom Bahnhof zum Stadtzentrum; in der 'Richtung' vom Stadtzentrum zum Bahnhof fährt der Omnibus, der von der Haltestelle an der gegenüber liegenden Straßenseite abfährt.

(1.2) In einem metallischen Leiterkreis (Stromkreis:) bewegen sich die Elektronen in der 'Richtung' vom Minuspol zum Pluspol der Spannungsquelle, also entgegengesetzt zur (konventionell) vereinbarten 'Stromrichtung'; in einer Salzlösung, in die zwei unter Spannung stehende Elektroden getaucht sind, wandern die Anionen und die Kationen in entgegengesetzten 'Richtungen'

(2) Wenn bei einer Arbeitsverrichtung die Wirkungsachse der Kraft F und der Verschiebungsweg S nicht die gleiche Richtung haben, sondern sich unter dem Winkel a schneiden, hat die Arbeit W nicht das Ausmaß " $F \cdot s$ " (traditionell geschrieben " $F \cdot s$ "), sondern das Ausmaß " $F \cdot s \cdot \cos a$ ".

In den Aussagen 1.1 und 1.2 wird das Wort "Richtung" in einer anderen Bedeutung verwendet als in der Aussage 2. Das mag für die Alltagssprache und den Laborjargon unwichtig erscheinen, ist aber in einer rationalen Fachsprache untragbar. Wir haben deshalb - nach der Klärung, in welchen Bedeutungen das Wort "Richtung" in Aussagen der vorstehenden Art verwendet wird - abzuwägen und festzulegen, in welcher dieser Bedeutungen es bei einem differenzierenden Wortgebrauch verwendet werden sollte.

Der Nichtfachmann hat im allgemeinen nichts gegen den Ausdruck "Richtung einer Geraden" (in einer Ebene beziehungsweise in einem zweidimensionalen Koordinatensystem) einzuwenden und meint außerdem noch, daß eine Gerade um bis zu 360° aus ihrer (ursprünglichen) Richtung herausgedreht werden könne. Eine solche Meinung ist aber unzutreffend, weil eine Gerade schon nach einer Drehung um 180° wieder mit sich selbst zur Deckung kommt. Einer Geraden kann deshalb keine Richtung (in der Bedeutung einer Relation, die sich um 360° ändern kann) zugesprochen werden, sondern nur eine Lage: Lage ist das, was allen parallelen, in einer Ebene liegenden Geraden gemeinsam ist (Teil 1, Abschnitt 6). Man sollte deshalb - sachlich und semantisch einwandfrei - nur von der "Lage einer Geraden", nicht aber von der "Richtung einer Geraden" sprechen. Die gerade Linie, die erst nach einer Drehung um 360° wieder mit sich selbst zur Deckung kommt, ist ein Strahl. Deshalb ist eine Evidenzexplikation eines Richtungsbegriffs, der eine Änderung der Richtung um 360° zuläßt, (nicht mit Hilfe von parallelen Geraden, sondern) nur mit Hilfe von parallelen Strahlen möglich (Bild 1.1).

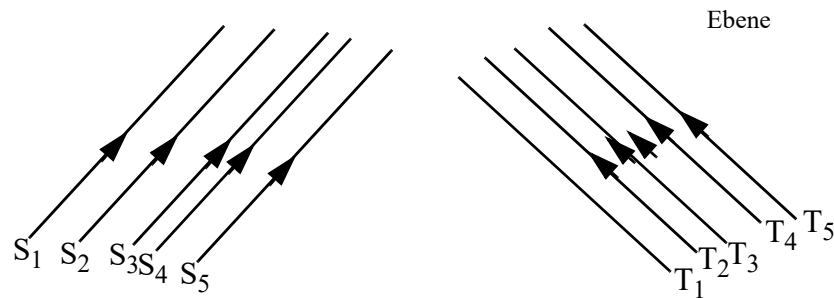


Bild 1.1. Zur Explikation des Begriffs "Richtung"

Wir haben nicht nur Lage und Richtung voneinander zu unterscheiden, sondern auch Gerade und Strahl: Einer (in ein zweidimensionales Koordinatensystem eingelagerten) Geraden kann nur eine Lage zugeordnet werden; diese kann sich nur um 180° ändern; einem (in ein zweidimensionales Koordinatensystem eingelagerten) Strahl kann dagegen eine Richtung zugeordnet werden; diese - und nur diese - kann sich um 360° ändern. Selbstverständlich hat auch ein Strahl eine Lage; er hat aber noch mehr, nämlich das, was als "**Durchlaufsinns des Strahls**" bezeichnet wird. Ein Strahl wird deshalb nicht durch eine Gerade allein dargestellt, sondern durch ein Kombinat, das aus einer Geraden und (zum Beispiel) einer in diese eingezeichneten Pfeilspitze besteht (Bild 1.1). Diese hat die Aufgabe, den Durchlaufsinns des Strahls anzuzeigen.

Mit dieser Festlegung können wir sagen: Die Richtung eines Strahls ist das Kombinat aus der

- Relation "Lage des Strahls bezüglich seiner zweidimensionalen Umgebung (insbesondere bezüglich eines zweidimensionalen Koordinatensystems)" und der
- Eigenschaft "Durchlaufsinns des Strahls".

Oder: Richtung ist das, was allen einander parallelen Strahlen S, mit gleichem Durchlaufsinns gemeinsam ist (Bild 1.1) und was allen parallelen Strahlen T mit gleichem Durchlaufsinns gemeinsam ist und was bei den Strahlen S anders ist als bei den Strahlen T. Der letzte Teil dieser Aussage ist erforderlich, damit niemand, der nur die ersten beiden Teile hört, diese für die Explikation des (im Text und in der Zeichnung schon verwendeten) Begriffs "parallel" hält. (Wie dieser Begriff eingeführt werden kann, wurde im ersten Teil dargestellt.)

Im Gegensatz zur Lage kommt der Durchlaufsinns dem Strahl per definitionem und damit untrennbar zu und ist eben deshalb eine Eigenschaft des Strahls. Er wird mathematisch nicht besonders erfaßt und folglich mathematisch auch nicht manifest. Die Relation "Lage des Strahls" wird durch den ebenen Winkel beschrieben, der vom Strahl und einer Koordinatenachse eingeschlossen wird.

Der Durchlaufsinns kann auch durch ein geordnetes Punktepaar gekennzeichnet werden (Bild 1.2).

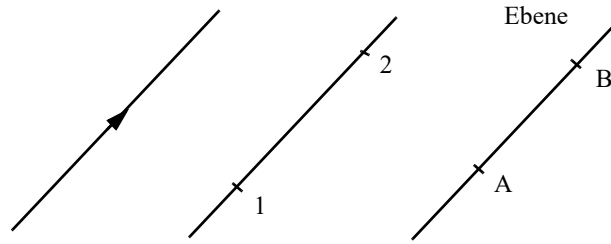


Bild 1.2. Zur Kennzeichnung des Durchlaufsinns. - Alle drei Linien sind Strahlen. Und alle drei Strahlen haben den gleichen Durchlaufsinns.

Eine endliche Menge (zum Beispiel von Punkten) heißt "geordnet", wenn feststeht, welches ihrer Elemente als das erste betrachtet wird, welches als das zweite, und so fort.

Die vorstehende Festlegung des Begriffs "Strahl" unterscheidet sich von der in der Mathematik üblichen. In dieser (nachlesbar zum Beispiel in den leicht zugänglichen Büchern /3/ und /8/) wird der Strahl ohne den Begriff "Durchlaufsinns" definiert: Ein Strahl ist die Gesamtheit aller Punkte einer Geraden, die auf ein und derselben Seite eines (als "Anfangspunkt des Strahls" bezeichneten) Punktes der Geraden liegen. - Diese Festlegung führt bei Nichtmathematikern zu Verständnisschwierigkeiten. So hat die sogenannte Zahlengerade ebenfalls einen Durchlaufsinns, und zwar - übereinkunftsgemäß - den, der im Bereich der positiven Zahlen von den kleineren zu den größeren Zahlen weist. Die Zahlengerade ist damit ein Zahlenstrahl, und zwar ein beidseitig unbegrenzter: Seine Punkte liegen nicht alle auf einer Seite eines bestimmten Punktes, so daß es auf ihm keinen 'Anfangspunkt' gibt. (Man kann wohl einen sogenannten Nullpunkt festlegen, aber dieser ist nicht der Anfangspunkt des Strahls.) - Auch die Achsen der üblichen Koordinatensysteme sind beidseitig unbegrenzte Strahlen. Der letzte Satz macht bewußt, daß wir an Stelle des Namens "Strahl" oft auch das Wort "Achse" benutzen.

Das Wort "Sinn" ("Durchlaufsinns") als physikalischer Terminus wirkt auf Nichtfachleute oft befremdlich. Das Wort wird in der Physik aber in einer Bedeutung verwendet, die in seiner ursprünglichen mit enthalten ist. - Die indogermanische Wurzel "sent" bedeutet "gehen", "reisen", "fahren", ganz ursprünglich wohl "eine Richtung nehmen", "eine Fährte suchen" /2/. Erst später wird das Wort auch in übertragener Bedeutung verwendet, zum Beispiel im Wort "Sinnen" ("den Gedanken nachgehen, wohin sie streben" /21/) oder im Wort "Gesinnung" in der Bedeutung "sittliche Einstellung, mit der sich ein Mensch auf (s)ein Ziel zu bewegt". - Im übrigen sind die Wörter "Sinn" und "sinnig" in der physikalischen Bedeutung wohl auch Nichtfachleuten besser bekannt, als diesen im allgemeinen bewußt sein dürfte, zum Beispiel aus Aussagen der Art "Der Wind bewegt sich gegen den Uhrzeigersinn um das Tiefdruckzentrum" oder "Die Anionen und Kationen bewegen sich in einer unter Spannung stehenden Lösung gegensinnig".

Der Durchlaufsinns wird - semantisch unbefriedigend - oft auch als "Richtungsinns" bezeichnet (/13/ und /20/).

Da im Normblatt DIN 1312 /13/ das Gegenteil zu lesen ist, ist zu betonen: Eine Gerade hat nicht zwei Durchlaufsinns, von denen man einen «auszeichnen» könnte, sondern keinen (siehe auch Abschnitt 2). Man kann wohl auf einer Geraden eine Pfeilspitze (um mich auf diese zu beschränken) so einzeichnen, daß diese - für einen bestimmten Beobachter - von links nach rechts weist, und auch so, daß sie von rechts nach links weist. Der durch das Einzeichnen der Pfeilspitze entstehende Strahl hat ebenfalls nicht zwei Durchlaufsinns, sondern nur den einen, den die Pfeilspitze anzeigt.

Die vorstehende Einschränkung "für einen bestimmten Beobachter" ist erforderlich, weil ein und derselbe Strahl, der für einen Beobachter, der vor der Ebene steht, in der sich der Strahl befindet, von links nach rechts weist, für einen Beobachter hinter dieser Ebene aber von rechts nach links (Bild 1.3). - Auf das vom Beobachter (im allgemeinen unbewußt) benutzte 'Orientierungssystem', mit dessen Hilfe die

Begriffspaare "nach links/nach rechts", "nach vorn/nach hinten" und "nach oben/nach unten" erfaßt werden, werde ich im Unterabschnitt 6.4 noch eingehen.

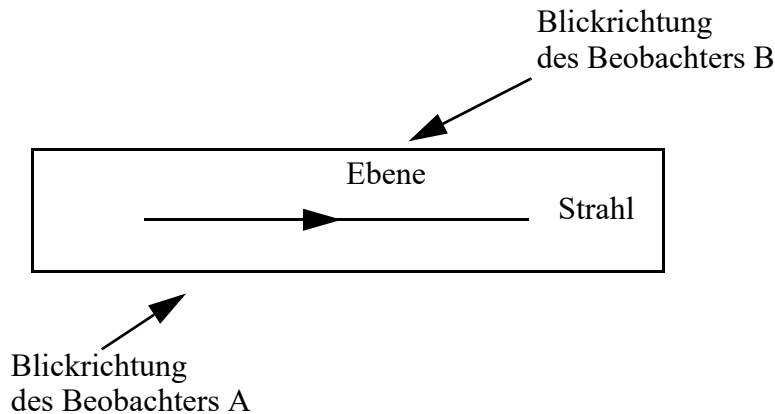


Bild 1.3. Ein und derselbe Strahl weist für den Beobachter A von links nach rechts und für den Beobachter B von rechts nach links. - Der Beobachter A, der von sich sagt, daß er vor der gezeichneten Ebene stehe, steht für den Beobachter B hinter dieser Ebene.

Auch bei den noch zu besprechenden physikalischen Größen, denen ein Durchlaufsinne zugeordnet werden kann, steht nicht in Frage, welchen von zwei Durchlaufsinnen man «auszeichnen» könnte, sondern nur, nach welchen Kriterien man den Durchlaufsinne der Größe festlegt. - Ich komme hierauf noch zurück.

Mit der Zuordnung eines Durchlaufsinns werden dem Strahl zwei unterscheidbare (im Unendlichen liegende) Pole zugesprochen. Diesen werden - je nach Anwendungsgebiet - oft unterschiedliche Namen zugeordnet, zum Beispiel "Nadir/Zenit", "Südpol/Nordpol", "Pluspol/Minuspol", "Startpol/Zielpol", allgemein "Pol 1/Pol 2". Anstatt zu sagen, daß einer Geraden durch das Einzeichnen einer Pfeilspitze oder eines geordneten Punktepaars ein Durchlaufsinne zugeordnet wird, kann man deshalb auch sagen, daß die Gerade durch dieses Einzeichnen gepolt (polarisiert) wird.

Das (gedankliche) Polen einer Geraden macht diese (in unserem Denken) zu einer Sache, die die **Eigenschaft der Gepoltheit oder Polarität** hat. Durch das (gedankliche) Polen (Polarisieren) wird der Geraden (in unserem Denken) gewissermaßen eine den Durchlaufsinne bedingende 'Kryptostruktur' auf- oder eingepreßt und die Gerade dadurch zu einem Strahl gemacht.

Der Begriff der Richtung läßt sich in bekannter Weise auch auf krumme (gekrümmte) polare Linien anwenden, da die Richtung einer Kurve in einem bestimmten Punkt als die Richtung der (als polar betrachteten) Tangente definiert ist, die die Kurve im betrachteten Punkt berührt.

Ist eine krumme Linie in sich geschlossen, wird ihr Durchlaufsinne auch als "Umlaufsinne" bezeichnet (Bild 1.4).

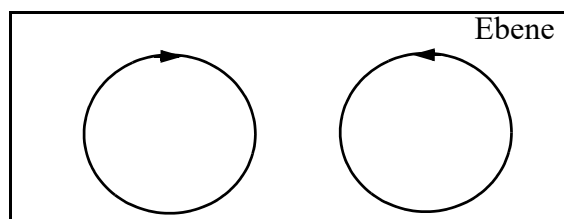


Bild 1.4. Zwei polare Kreislinien mit entgegengesetzten Durchlauf- oder Umlaufsinnen

Eine in sich geschlossene Linie mit Durchlaufsinne hat keine Pole und kann deshalb auch nicht als "gepolt", wohl aber als "polar" oder "polarisiert" bezeichnet werden: Wenn die zuvor unpolare Linie durch das Einzeichnen der Pfeilspitze auch nicht gepolt wird, so wird sie (in unserem Denken) doch polarisiert, wird also auch ihr eine polare 'Kryptostruktur' zugeordnet. - Die Polarität besteht in diesem Fall also nicht im Haben zweier örtlich getrennter Pole, sondern im Haben einer polaren Kryptostruktur.

Der Durchlaufsinne ist - um es zu wiederholen - eine dem einzelnen Strahl (in unserem Denken) zugeordnete Eigenschaft: Der Strahl hat einen Durchlaufsinne, und zwar - wie gesagt - einen einzigen. Es ist deshalb unzulässig, dem Durchlaufsinne - wie es in /13/ geschieht - eines der beiden Attribute "positiv" oder "negativ" zuzuordnen. Eine besondere Kennzeichnung - aber nicht die des Durchlaufsinns - wird erst erforderlich, wenn die Durchlaufsinne zweier (oder mehrerer) Strahlen zueinander in Beziehung zu setzen sind (Abschnitt 2).

Zum Schluß dieses Unterabschnitts führe ich noch einen zusätzlichen Namen ein. Im Teil 1 wurde vom Unterabschnitt 15.1 an Stelle des Wortes "Translationsbewegung" das geeignetere deutschsprachige Wort "Gleitbewegung" benutzt. Es wäre wenig sinnvoll, den Bewegungssinne einer Gleitbewegung nur "Durchlaufsinne" oder - kurz - "Laufsinne" zu nennen und ihn nicht auch als "**Gleitsinne**" bezeichnen zu dürfen. Ich werde im Folgenden aus Gründen der semantischen Konstanz konsequent den Namen "Gleitsinne" verwenden.

1.2. Damit die Aufmerksamkeit nicht zu ausschließlich auf den Gleitsinne gerichtet wird, erwähne ich schon hier, daß es auch noch andere Sinne gibt: den Drehsinne, den Schraubsinne (bei Schrauben, Korkenziehern, Bohren), den Windungssinne (bei Pflanzenranken, Schneckenhäusern), den Wicklungssinne (bei Spulen), den «Richtungssinne», der elektrischen Spannung und der elektrischen Stromstärke /17/, den Sinne einer Änderung (Zunahme, Abnahme) und auch den Ablaufsinne der Zeit. - Mit den verschiedenen Bewegungssinnen gibt es auch verschiedene (geometrische) Richtungen, und zwar außer der Gleitrichtung noch die Drehrichtung und die Schraubrichtung. - Auf die beiden zuletzt genannten Richtungen kann ich, erst im Abschnitt 6 eingehen. Hier ist lediglich darauf aufmerksam zu machen, daß es sich bei der Richtung eines (in einem Koordinatensystem gerichteten) Strahls nicht um die Richtung schlechthin handelt, sondern nur um die Gleitrichtung.

1.3. Ich kehre zur Frage zurück, in welcher Bedeutung das Wort "(Gleit-) Richtung" verwendet werden sollte. - Wer fragt, ob ein Omnibus «in Richtung Bahnhof», fährt, interessiert sich nicht dafür, in welchen der vielen tatsächlichen geometrischen beziehungsweise geografischen Richtungen der Omnibus durch die Straßen mit allen ihren Kurven und Kreuzungen fährt, sondern nur dafür, ob der Zielpol der Fahrt der Bahnhof ist. Er interessiert sich nur für den Gleitsinne der Fahrbewegung, also für den Fahrsinne, und nicht für das Kombinat von geometrischer beziehungsweise geografischer Lage und Gleitsinne. Dem Fragenden ist es gleichgültig, wie oft und in welchem Ausmaß sich die Lage der jeweils durchfahrenen Wegstücke ändert; ihm kommt es nur auf den **Fahrsinne** an, der sich vom Startort bis zum Zielort nicht ändert. Wenn der Omnibus von der Haltestelle abfährt, weist nur der Fahrsinne zum Zielort; die geometrische Richtung, in der er von der Haltestelle abfährt, kann wegen der faktischen Linienführung weit am geografischen Zielort vorbeiwiesen.

Dieses Beispiel zeigt, daß auch Bewegungssinne und Bewegungsrichtung begrifflich und terminologisch zu unterscheiden sind: Als "Gleitrichtung" sollte nur das Kombinat aus der mathematisch erfaßbaren Relation "Lage (der Bewegungsbahn)" und der mathematisch nicht manifest werdenden Eigenschaft "Gleitsinne" bezeichnet werden.

Die zu Beginn dieses Abschnitts angeführte Aussage 1.1 ist - da der Start- und der Zielpol der Fahrbewegung angegeben sind - leicht dadurch in Ordnung zu bringen, daß der Aussagenteil "in der Richtung" einfach weggelassen wird: "Der Omnibus, der von dieser Haltestelle abfährt, fährt vom Bahnhof zum Stadtzentrum". (Der Aussagenteil "in der Richtung" kann auch dann ersatzlos weggelassen werden, wenn nur der Startpol oder nur der Zielpol angegeben wird.)

Auch in der Aussage 1.2 kann der Aussagenteil "in der Richtung" aus dem genannten Grund einfach weggelassen werden: "bewegen sich die Elektronen vom Minuspol zum Pluspol".

Die Aussagenteile "(konventionell) vereinbarte Stromrichtung" und "wandern in entgegengesetzten Richtungen" können dagegen - weil kein Start- und kein Zielpol angegeben ist - nicht ersatzlos weggelassen werden; sie sind vielmehr in einwandfreien fachlichen Texten durch treffende zu ersetzen: "(konventionell) vereinbarter Gleitsinn (Bewegungssinn) der Elektrizität(sträger)" oder - kurz - "vereinbarter Stromsinn"; "wandern mit entgegengesetztem Gleitsinn".

Die Notwendigkeit, Sinne und Richtungen zu unterscheiden, wird besonders augenfällig bei der Besprechung eines geschlossenen metallischen Leiterkreises. In einem solchen bewegen sich die Elektronen bei einem einzigen Umlauf in allen geometrischen Richtungen von 0° bis 360° und nicht in nur zwei 'Richtungen', die mit "rechts herum" und "links herum" zu bezeichnen wären. Nur der Sinn der Elektronenbewegung kann alternativ umschlagen (entweder rechts herum oder links herum), während sich die geometrische Richtung der Bewegung in unterschiedlich großen Ausmaßen ändern kann.

Bei Anlegen eines strengen semantischen Maßstabs und bei Anerkennen der vorstehenden Festlegungen wird das Wort "Richtung" nur in der Aussage 2 (und in entsprechenden anderen Aussagen) semantisch zutreffend verwendet. Es sollte deshalb auch nur in der Bedeutung gebraucht werden, die es in dieser Aussage hat.

1.4. Eine ebene Figur hat in der Ebene, in der sie liegt, ebenfalls eine Lage. Diese wird durch die Lage einer bestimmten Strecke der Figur (zum Beispiel eines ausgezeichneten Durchmessers [Teilbilder 1 und 2 des Bildes 1.5] oder einer ausgezeichneten Seitenlinie [Teilbilder 3 und 4]) beschrieben oder zum Beispiel auch durch die Lage einer Tangente, die eine krummlinige Figur, zum Beispiel eine Ellipse, in einem bestimmten Punkt berührt (Teilbild 2 des Bildes 1.6).

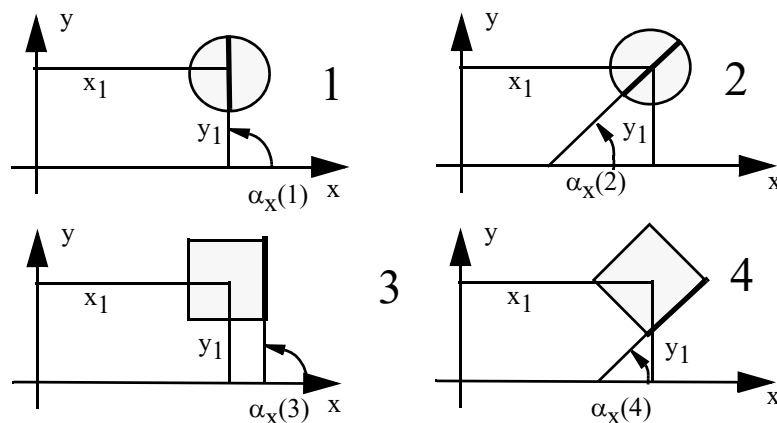


Bild 1.5. Teilbilder 1 und 2: Ein kreisförmiges Ebenenstück, dessen jeweilige Lage an einem ausgezeichneten Durchmesser erkennbar ist, am gleichen Ort in zwei verschiedenen Lagen - Teilbilder 3 und 4: Ein

quadratisches Flächenstück, dessen jeweilige Lage an einer ausgezeichneten Seitenlinie erkennbar ist, am gleichen Ort in zwei verschiedenen Lagen - Die Rede vom "gleichen Ort" ist im Falle der Kreisscheibe unmittelbar verständlich. Um diese Rede auch bei anders geformten Flächenstücken anwenden zu können, gilt als Ort eines Flächenstücks der Ort des Figurenschwerpunkts. (Bei einem Körper gilt dessen Schwerpunkt als dessen Ort.)

Die Lage der kennzeichnenden Figurenstrecke beziehungsweise der Tangente, mit deren Hilfe die Lage der Figur angegeben werden kann, wird ihrerseits durch den Winkel beschrieben, unter dem die ausgezeichnete Figurenstrecke (oder ihre Verlängerung) beziehungsweise die Tangente eine Koordinatenachse schneidet. (In den Bildern 1.5 und 1.6 ist der Winkel, unter dem die x-Achse geschnitten wird, mit " α_x " symbolisiert.)

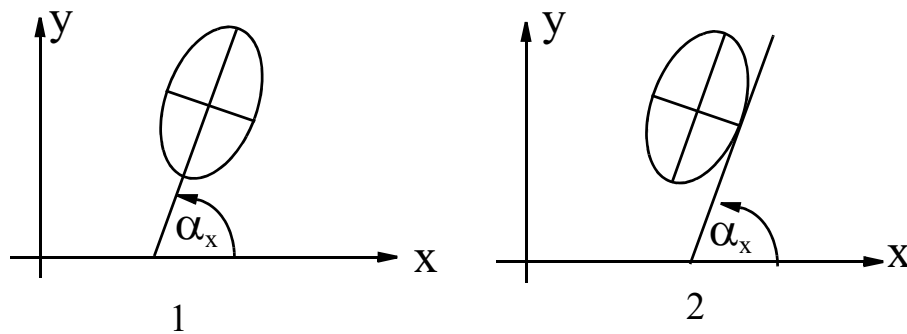


Bild 1.6. Kennzeichnen der Lage einer Ellipse durch die Lage einer bestimmten Achse (1) und durch die Lage einer bestimmten Tangente (2)

Eine ebene Figur kann sich im Raum an ein und demselben Ort nicht nur in verschiedenen Lagen befinden (Bild 1.7), sondern auch in verschiedenen Stellungen (Bild 1.8). (Die Stellung wurde im Abschnitt 6 des ersten Teils als diejenige Relation definiert, die allen einander parallelen Ebenen im Raum gemeinsam ist [Bild 6.3 des ersten Teils]).

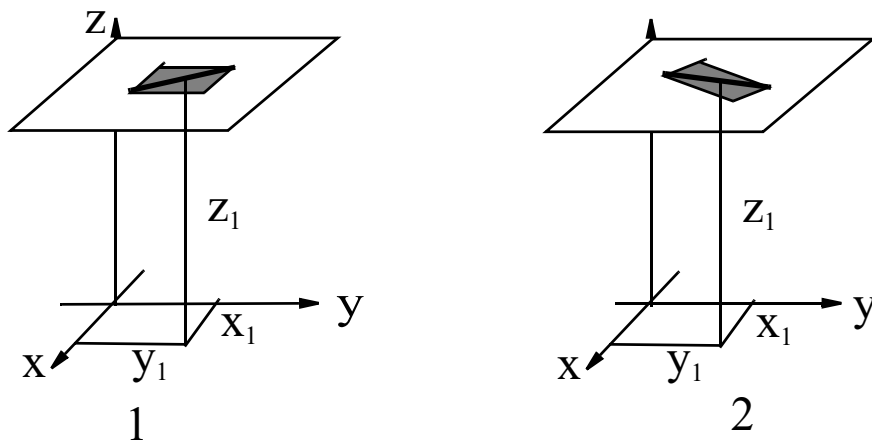


Bild 1.7. Ein quadratisches Ebenenstück, das sich an ein und demselben Ort und in ein und derselben Stellung in zwei verschiedenen Lagen befindet. - Die Quadrate in den beiden Teilbildern haben die gleiche Stellung, weil sie sich in ein und derselben Ebene befinden.

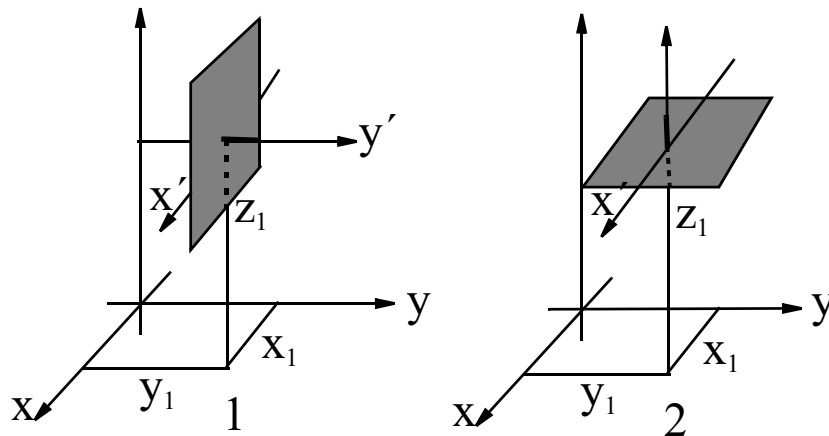


Bild 1.8. Ein quadratisches Ebenenstück, das sich an ein und demselben Ort in zwei verschiedenen Stellungen befindet

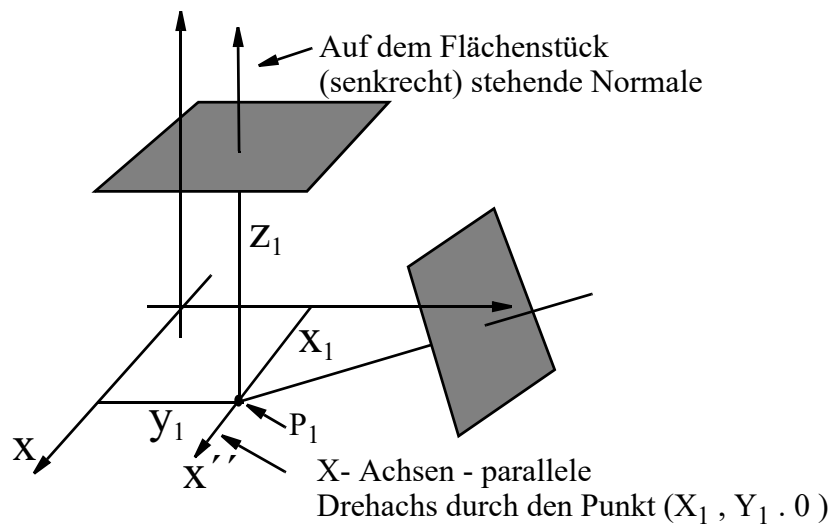


Bild 1.9. Bei der Drehung einer Figur um eine Achse, die außerhalb der Figurenebene liegt, werden Ort und Stellung der Figur geändert.

Die Änderung der Stellung im Bild 1.8 kann zum Beispiel durch eine Drehung um die Achse x' bewirkt werden, die in der Quadratebene parallel zur x -Achse liegt. Würde das Quadrat im Teilbild 1 um die Achse y' gedreht, die parallel zur y -Achse liegt und (folglich) senkrecht auf dem Quadrat steht, würde die Lage des Quadrats in der Quadratebene, aber nicht die Stellung des Quadrats im Raum geändert. Ebenso würde im Teilbild 2 bei einer Drehung des Quadrats um die Achse z' die Lage des Quadrats in seiner Ebene, nicht aber die Stellung im Raum geändert.

Bei einer Drehung des Quadrats um eine Achse x'' , die außerhalb der Quadratebene liegt (Bild 1.9), wird nicht nur die Stellung des Quadrats im Raum, sondern auch dessen Ort geändert. Im Bild 1.9 liegt die Achse x'' in der x - y -Ebene des Koordinatensystems, und zwar parallel zu dessen x -Achse.

Das alles unterstreicht die Notwendigkeit, die Lage von Figuren in (zweidimensionalen) Flächen und deren Stellung im (dreidimensionalen) Raum zu unterscheiden.

Die Stellung eines Ebenenstücks im Raum kann man eindeutig mit Hilfe einer Geraden beschreiben, die senkrecht auf dem Ebenenstück steht und die als "**Flächennormale**" bezeichnet

wird (Bild 1.10).

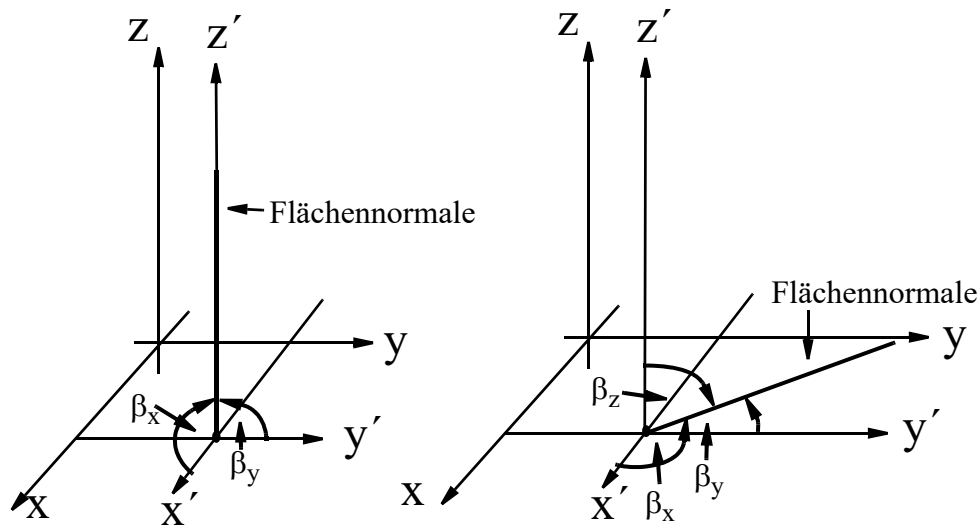


Bild 1.10. Die Winkel, unter denen die Flächennormalen des Bildes 1.9 die Parallelen der Koordinatenachsen schneiden

Die 'Lage' der Flächennormalen wird ihrerseits durch die Winkel beschrieben, unter denen die Normalen die Achsen des Koordinatensystems beziehungsweise bestimmte Parallelen dieser Achsen schneiden. Bei der senkrecht auf der x-y-Ebene stehenden Normalen des Teilbildes 1 sind diese Winkel $\beta_x = 90^\circ$, $\beta_y = 90^\circ$, $\beta_z = 0^\circ$; bei der schräg stehenden Normalen des Teilbildes 2 sind diese Winkel $\beta_x = 90^\circ$, $\beta_y = 91^\circ$, $\beta_z = 92^\circ = 90^\circ - 91^\circ$. Befände sich die Flächennormale des Teilbildes 2 nicht in einer zur y-z-Ebene parallelen Ebene, lägen β_y und β_z nicht in der gleichen Ebene.

Das Wort "Lage" (im Ausdruck "Lage der Flächennormalen") wurde im vorstehenden Absatz zwischen Unkorrektheitszeichen gesetzt, weil eine Relation, die durch einen einzigen Winkel beschrieben wird (Lage einer Geraden in einer Ebene), etwas anderes ist als eine Relation, zu deren mathematischer Erfassung die Angabe dreier Winkel erforderlich ist (Lage einer Geraden im Raum). Ich halte es für angebracht, auch bei Linien (und nicht nur bei zweidimensionalen Figuren und bei Körpern) von deren "Stellung im Raum" zu sprechen und nur der Relation, die mit Hilfe eines einzigen Winkels erfaßt werden kann, den Namen "Lage" zuzuordnen. Wir können dann auch bei Linien die Lage in der Ebene terminologisch von der Stellung im Raum unterscheiden.

Wir haben also die Definition der Stellung einer Ebene im Raum durch die Definition der Stellung einer Geraden im Raum zu ergänzen: Die Stellung ist das, was allen parallelen Geraden im Raum und allen parallelen Ebenen im Raum gemeinsam ist. Diese Begriffserweiterung ist problemlos möglich, weil die Stellung einer Ebene (im Raum) eindeutig durch die (räumliche) Stellung der Ebenennormalen beschrieben werden kann.

Die Stellung einer krummen Linie (im Raum) wird durch die Stellung einer Tangente erfaßt, die die Linie in einem bestimmten Punkt berührt.

Die Stellung eines gewölbten Flächenstücks wird durch die Stellung einer Flächennormalen gekennzeichnet, die das Flächenstück in einem bestimmten Punkt durchstößt.

Die Stellung eines ebenflächig begrenzten Körpers kann - wie ebenfalls schon in Teil 1 gesagt

- zum Beispiel durch die Stellung einer ausgezeichneten Begrenzungsfläche des Körpers beschrieben werden. Diese wird ihrerseits durch die Stellung einer Flächennormalen beschrieben. Bei einem gewölbflächig begrenzten Körper, zum Beispiel bei einer Kugel, kann dessen Stellung durch die Stellung einer bestimmten Querschnitts- oder einer bestimmten Tangentialfläche erfaßt werden.

Auch die durch einen einzigen Winkel erfaßbare Richtung eines Strahls in der Ebene ist etwas anderes als die nur durch drei Winkel beschreibbare 'Richtung' eines Strahls im Raum. Deshalb ist außer der bis jetzt allein behandelten Definition der ersten Richtung noch eine Definition der zweiten 'Richtung' erforderlich: Die 'Richtung' eines Strahls im Raum ist das, was allen Strahlen im Raum gemeinsam ist, die einander parallel sind und die den gleichen Gleitsinn haben. - So lange für die 'Richtung' im Raum kein eigener Name verwendet wird, sollte diese wenigstens durch den vorstehend verwendeten, zwar schleppenden, aber immerhin deutlich verständlichen Ausdruck "Richtung im Raum" beziehungsweise "räumliche Richtung" von der Richtung in der Ebene terminologisch abgehoben werden.

1.5. Zum Schluß dieses Abschnitts ist noch eine weitere terminologische Anmerkung zu machen. - Namen mit der Endung "-ung" ("Polung", "Richtung", "Stellung", "Orientierung" [Abschnitt 2]) werden auch in der Wissenschaftssprache häufig doppeldeutig verwendet, nämlich als Namen, die sowohl einen Vorgang bezeichnen (zum Beispiel den Vorgang der Polung) wie auch den am Ende des betreffenden Vorgangs erreichten Zustand (Polung:). Das steht in einem bedauerlichen Gegensatz zu den besser differenzierenden Wörtern der lateinischen Sprache. In dieser haben die Vorgangsnamen im allgemeinen die Endung "-io" (in Fremdwörtern der deutschen Sprache: "-ion") und die Eigenschafts- und Relationsnamen die Endung "-tas" (in Fremdwörtern "-tät"). In einer rationalen Wissenschaftssprache sollten

- Eigenschaften und Relationen,
- Handeln (Tun, Operieren) und
- Vorgänge (Handlungen, Operationen)

auch terminologisch unterschieden werden. Das wäre durch eine rationale Verwendung von Nachsilben leicht zu erreichen (verstieße aber gegen Sprachgewohnheiten):

- Das Handeln (Operieren) des Polens führt im Vorgang der Polung (Polarisation, Polarisierung) zur Eigenschaft der Gepoltheit (Polarität).
- Das Handeln des Richtens führt im Vorgang der Richtung zur Relation der Gerichtetheit (:Richtung:).
- Das Handeln des Stellens führt im Vorgang der Stellung zur Relation der Gestelltheit (:Stellung:).
- Das Handeln des Orientierens führt im Vorgang der Orientierung zur Relation der Orientiertheit (:Orientierung:).

Im Vorstehenden wie im Folgenden sollte deshalb an Stelle - zum Beispiel des Wortes "Richtung" der Name "Gerichtetheit" verwendet werden. Ich habe das mit schlechtem sprachlichen Gewissen unterlassen, um nicht allzu großen Unmut zu erregen. Vielleicht können so schleppende Namen wie "Gerichtetheit" in Zukunft durch sprachlich befriedigendere und doch semantisch eindeutige Namen ersetzt werden. Im Falle der Gelagertheit wird ein solcher Name schon allgemein benutzt: Das Handeln des Lagerens einer Geraden in einem zweidimensionalen Koordinatensystem führt im Vorgang der Lagerung zur Relation der Gelagertheit beziehungsweise - einfacher und sprachlich befriedigender ausgedrückt - zur Relation der Lage.