9. Methodologische Anmerkungen. Die Begriffe und Namen "Zinkasche" und "Zinkoxid". Die Begriffe und Namen "Gerade" und "Parallele"

9.1. Ich muß auf die Aussage eingehen, daß Eigenschaften identisch gleich sein und damit auch mathematisch einander gleichgesetzt werden können (Unterabschnitt 5.1). Diese Aussage impliziert, daß Eigenschaften, die - im Gegensatz zu den Beschaffenheiten - (begriffliche) Gedankenkonstrukte sind, auch in mathematische Gleichungen eingehen können. Dagegen wird oft eingewendet, daß in eine Gleichung nicht Eigenschaften, sondern nur Zeichen für Eigenschaften eingesetzt werden könnten. Eine mathematische Gleichung sei ein syntaktisches Instrument, in das nur Zeichen eingegeben werden können und das auch nur Zeichen auswirft; ein syntaktisches Instrument hat nur mit Zeichen und nicht auch mit deren Bedeutung (nämlich den Begriffen) zu tun. Dieser Einwand entspringt einer zu engen Auffassung darüber, was man als "mathematische Gleichung" bezeichnen darf. Sie impliziert, daß allein (schriftliche und mündliche) Gleichheits-Aussagen mathematische Gleichungen sein könnten, nicht aber auch Gleichheits-Urteile, die durch die Aussagen (nur) zum Ausdruck gebracht (kundgegeben, manifestiert, durch Schrift- oder Lautzeichen materialisiert) werden.

Es gibt in der modernen Physik in der Tat zahlreiche Fälle, in denen weitgehend nur syntaktisch gearbeitet wird, nämlich immer dann, wenn die Bedeutung der Zeichen, die der syntaktische Algorithmus auswirft, nicht präzise angegeben werden kann, wenn man also ein nur syntaktisch begründetes, aber physikalisch (semantisch) nicht interpretierbares Ergebnis erhält. Das bekannteste Beispiel hierfür ist wohl die sogenannte Weltformel von Werner Heisenberg, die syntaktisch schon vor langer Zeit gefunden wurde, aber bis heute nicht befriedigend interpretiert werden konnte.

Im Unterricht sollten wir uns bemühen, nur mit Zeichen zu arbeiten, denen die Schüler eine Bedeutung zuordnen können. Dann kann jeder als Formelgleichung geschriebenen Aussage ein begriffliches (gedankliches) Urteil zugeordnet werden. Wer zum Beispiel die unter Verwendung von Zeichen geschriebene oder gesprochene, also sichtbare oder hörbare Gleichheitsaussage "Kraft gleich Masse mal Beschleunigung" beziehungsweise "$F = m \cdot a$" („Eff gleich M mal A") verwendet, macht damit nur etwas (durch Schrift- oder Lautfiguren) manifest, was in seinem Denken als ein unter Verwendung von Begriffen gebildetes Gleichheitsurteil existiert. Wer auf dem Papier mit Symbolen für Begriffe operiert, arbeitet 'in seinem Kopf' im allgemeinen auch mit den entsprechenden Begriffen selbst. Gleichungen gibt es deshalb nicht nur als manifeste Schrift- oder Lautfiguren des Aussagenbereichs, sondern auch als Denkfiguren des Urteilsbereichs. In Gleichungen der ersten Art arbeiten wir in der Tat (außer mit mathematischen Zeichen wie den Operations- und Gleichheitszeichen) nur mit Zeichen (Namen und Symbolen) für Begriffe; in Gleichungen der zweiten Art arbeiten wir aber mit den Begriffen selbst. Die Meinung, daß man nur mit Zeichen in eine Gleichung eingehen könne, ist deshalb durch die Einsicht zu ersetzen, daß es Gleichungen nicht nur als Aussagen, sondern auch als Urteile gibt, und daß in die Gleichheitsurteile die Begriffe selbst eingehen.

Welche Begriffe (im Denkbereich) bestimmten Zeichen (des Aussagenbereichs) zugeordnet sind beziehungsweise zuzuordnen sind, also zum Beispiel dem Zeichen "1 m^2" (als Ergebnis der Multiplikation "1 m •1 m"), wird vom Abschnitt 13 an ausführlich besprochen.

9.2. Unklarheiten bestehen oft auch über das gegenseitige Verhältnis von Sache, Begriff und Name. Insbesondere wird von vielen die methodologische Forderung mißverstanden, daß Begriffe und Namen einander umkehrbar eindeutig zugeordnet sein sollten. (Ich spreche hier der Einfachheit halber [und wie üblich] nur von Namen; die Forderung betrifft aber selbstverständlich auch Symbole, also Zeichen beider Arten.) Das Mißverständnis besteht in der Meinung, daß diese Forderung impliziere, daß auch Sachen und Namen einander umkehrbar eindeutig zugeordnet sein sollten. Das ist aber nicht der Fall. Wenn ein und dieselbe Sache von verschiedenen Gesichtspunkten aus betrachtet wird, können ihr nicht nur, sondern müssen ihr - bei Anlegen strenger methodologischer Maßstäbe - sogar verschiedene Begriffe und damit auch verschiedene Namen zugeordnet werden.

Ich erläutere das an einem abgelegen erscheinenden Beispiel aus der Chemie, das den Vorzug hat, wohl auch allen Nichtfachleuten vom Chemieunterricht her bekannt zu sein und das Problem besonders gut zu verdeutlichen. - Wird Zink an der Luft verbrannt, entsteht ein fester weißer Stoff. Wird ein bei einer Verbrennung entstehender fester Stoff („Rückstand") als "Asche" bezeichnet, kann der hier in Rede stehende Stoff als "Zinkasche" bezeichnet werden. Wird später -nach gedanklich schwierigen und experimentell aufwendigen Untersuchungen - erkannt, daß der Stoff nicht aus Zink allein entsteht, sondern aus Zink und Sauerstoff - und nur aus diesen beiden Stoffen -, kann man nicht nur die Entstehungsbedingung (nämlich die Verbrennung mit Aschebildung) als wesentlich für eine Namensgebung halten; man kann auch die 'Zusammensetzung' des Stoffes (gleichgültig bei welchem Vorgang er gebildet wird) als wesentlich für die Bildung eines anderen Namens betrachten. Der in Rede stehende Stoff kann dann (nach den in der Chemie gültigen, hier aber nicht weiter zu besprechenden Nomenklaturregeln) als "Zinkoxid" bezeichnet werden. - Es ist zu beachten, daß beide Namen wissenschaftlich legitim sind. Der Name "Zinkasche" muß also nicht - wie viele Chemielehrer und Chemiker meinen - so gründlich wie möglich aus der Unterrichtssprache verbannt werden, sobald die 'Zusammensetzung' des Stoffes erkannt ist. - Diese Aussage berührt nicht die Tatsache, daß man in Wissenschaft und Technik aus kommunikationsökonomischen und lexikografischen Gründen nur einen der beiden Namen zum allgemeinen Gebrauch vorschlägt. Das sagt aber eben durchaus nicht, daß nicht auch andere als die genormten Namen wissenschaftlich legitim wären und in bestimmten, zum Beispiel didaktisch begründeten Situationen auch verwendet werden dürften. - Es gilt also: Die Namen "Zinkasche" und "Zinkoxid" sind umkehrbar eindeutig zwei verschiedenen Begriffen zugeordnet, nämlich einmal dem Begriff "bei der Verbrennung von Zink (an Luft) als Ascherückstand entstehender Stoff" und einmal dem Begriff "aus Zink und Sauerstoff 'bestehender' Stoff", meinen aber eine und dieselbe Sache, eben den in Rede stehenden Stoff.

Wenn man sich von ein und derselben Sache verschiedene Begriffe macht, ist diese auch mit verschiedenen (den Begriffen jeweils umkehrbar eindeutig zugeordneten) Namen zu benennen. Präzise Festlegungen der Namensbedeutungen schließen also nicht aus, eine Sache weiterhin zu untersuchen, um sich von einem neuen Denkansatz her und damit mit neuen Begriffen und mit entsprechend neuen Namen der zutreffenden und vollständigen Erfassung der Sache weiter zu nähern. Wenn es nicht möglich wäre, ein und derselben Sache je nach Denkansatz verschiedene Begriffe und damit auch verschiedene Namen zuzuordnen, wäre es kaum möglich, sich in der Wissenschaft von Erkenntnis zu Erkenntnis zu bewegen und so schrittweise zu immer besser zutreffenden Urteilen über die Sachverhalte zu kommen.

Da es Diskussionspartner gibt, die sich gegen eine Diskussion mit klar definiertem Wortgebrauch sträuben, sei noch das Folgende gesagt. - Wer sich klar ausdrücken will und deshalb die von ihm mit bestimmten Namen bezeichneten Begriffe präzise zu definieren sucht, tut das, was bei einer Diskussion, die zu weiteren Erkenntnissen führen soll, erforderlich ist: Er sagt, welchen Begriff er selber von einer Sache hat, damit er angreifbar ist, sagt damit aber nicht, daß sein Begriff der einzige sei, den man von einer Sache haben dürfe. Nur wenn jeder Diskussionspartner seinen Begriff von der Sache klar darlegt, kann die Diskussion erfolgversprechend geführt werden und ergibt sich die Möglichkeit, Begriffe zu erarbeiten, die fruchtbarer sind als die zunächst verwendeten, also Begriffe, die ein weiterführendes Verständnis der Sache gedanklich bündeln. Da wir spätestens seit Karl Raimund Popper wissen, daß jede Erkenntnis der empirischen Wissenschaften eine grundsätzlich nur vorläufige Erkenntnis ist, wähnt wohl kein ernstzunehmender Naturwissenschaftler, sich im Besitz der unumstößlichen Wahrheit zu befinden.

Das schließt aber nicht aus, sondern erfordert sogar, daß wir in der wissenschaftlichen Diskussion den jeweiligen Wortgebrauch klar definieren. Wer sagt, daß man nur mit weitgehend «offen gelassenen Begriffen» fruchtbar diskutieren könne, setzt sich dem Verdacht aus, sich selber überhaupt noch keinen Begriff von der Sache gemacht zu haben oder sich von der Sache gar keinen präzisen Begriff machen zu wollen.

Da einer Sache verschiedene Begriffe und damit auch verschiedene Namen zugeordnet werden können, ist weder die Zuordnung "Sache/Begriff" noch die Zuordnung "Sache/Name" umkehrbar eindeutig. Eindeutig ist - im Idealfall - nur die Zuordnung "Begriff/Name". "Präzise denken und reden" sollte daher immer bedeuten, sowohl begrifflich differenziert zu denken wie auch, sich terminologisch ebenso differenziert auszudrücken.

Daß diese Forderung auch in der Physik oft nicht erfüllt wird, zeigt zum Beispiel für den Begriff «Masse« das großartige Buch von Max Jammer «Der Begriff der Masse in der Physik« /13/. Jammer schreibt zu Beginn seines Buches, daß man zwischen dem Wort "Masse" und dem Begriff "Masse" zu unterscheiden habe, und bezeichnet seine Ausführungen als eine Darstellung des Begriffs "Masse". Tatsächlich beschreibt er aber die Herausarbeitung verschiedener Begriffe, die letztlich alle mit dem Namen "Masse" bezeichnet bleiben, also im Verlauf der wissenschaftlichen Untersuchungen terminologisch nicht hinreichend klar unterschieden werden. - Weitere Beispiele für eine unzureichende terminologische Unterscheidung wichtiger Begriffe werden noch zur Sprache kommen.

Es ist mir klar, daß die Forderung nach umkehrbar eindeutiger Zuordnung von Begriff und Name eine Idealforderung ist. Es ist oft sehr schwierig, geeignete neue Namen zu finden; und das Bedürfnis, (alte) Namen auf neue Begriffe zu übertragen, ist sehr groß, um auf diese Weise eine gewisse Kontinuität in der Sprechweise aufrecht zu erhalten. Gerade diese Kontinuität bewirkt aber oft, daß mit den alten Namen die alten Vorstellungen aktualisiert werden und daß damit die Etablierung neuer Vorstellungen erheblich behindert wird. Das Bewußthalten der Idealforderung möchte bewirken, daß wir uns deren Erfüllung - in der wissenschaftlichen Sprache - so weit wie möglich nähern.

Es ist noch Folgendes anzumerken. Die Aussage, daß der Name nur dem Begriff umkehrbar eindeutig zugeordnet ist, ändert nichts daran, daß der Name im allgemeinen die Sache meint. Wenn wir sagen "Wasserstoff ist ein Gas", meint der Name "Wasserstoff" das Gas selbst, also eine Sache. Nur wenn wir sagen "Wasserstoff' ist der Name eines Gases" (und nicht zum Beispiel der eines Feststoffes), meint der Name "Wasserstoff" nicht eine Sache, sondern sich selbst. (Er ist in diesem Fall nach den Regeln der Methodologen zwischen Anführungszeichen zu schreiben.) Die Zeichen (Namen und Symbole) bezeichnen also nur die Begriffe, meinen im allgemeinen aber die Sachen. Nur die Begriffe sind das von den Namen unmittelbar Bezeichnete. Die Sachen sind das von den Namen Gemeinte.

Zum Schluß dieses Unterabschnitts ist noch darauf hinzuweisen, daß die grundsätzlich zu Recht bestehende Forderung nach umkehrbar eindeutiger Zuordnung von Zeichen und Bezeichnetem aus dem im Unterabschnitt 8.2 angeführten Grund oft nicht erfüllt werden kann. Wie in diesen Fällen mit Hilfe pragmatischer Maßnahmen doch eine zufriedenstellende Verständigung erreicht werden kann, wurde ebenfalls im Unterabschnitt 8.2 angegeben. (Eine weiterführende Klärung kann erst im Unterabschnitt 15.3 - nach Vorklärungen vom Abschnitt 13 an - erfolgen.)

9.3. Wurde bis jetzt gesagt, daß für verschiedene Begriffe, die ein und derselben Sache zugeordnet sind, verschiedene Namen zu verwenden sind, so ist noch zu betonen, daß für verschiedene Sachen (denen verschiedene Begriffe zuzuordnen sind) erst recht verschiedene (den Begriffen umkehrbar eindeutig zuzuordnende) Namen zu verwenden sind. Wird gegen diese Forderung verstoßen und weiß nur der Fachmann, daß der jeweils gleiche Name verschiedene Sachen meint, wird dem in die esoterische Fachsprache nicht eingeweihten Laien das Verständnis der entsprechenden wissenschaftlichen Aussagen verwehrt. Als Beispiel einer derartigen Aussage sei der Satz angeführt, daß es in den nichteuklidischen Geometrien zu einer gegebenen Geraden durch einen nicht auf der Geraden liegenden Punkt nicht nur eine parallele Gerade gibt, sondern - in den Extremfällen - auch keine einzige oder auch beliebig viele. Diese Aussage ist dem Nichtfachmann, dessen Denkraum (der nicht der erlebte Raum ist) der orthogonale isometrische euklidische Raum ist, notwendig unverständlich. Für den Laien, dem das Problem einer wissenschaftlich exakten Explikation des Begriffs "gerade Linie" fern liegt, ist die Gerade eine Linie ohne Krümmung, also das ˙Gegenteil˙ von dem, was er eine "Kurve" nennt. (Den Begriff der Kurve beschreibt dem Laien zum Beispiel die bekannte Scherzdefinition «Eine Kurve ist, wenn man vom Zug aus die Lokomotive sieht».) Auch der Begriff der parallelen Geraden ist dem Laien anschaulich klar. Unter diesen Voraussetzungen kann er sich nichts anderes vorstellen oder denken, als daß es zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt immer eine und nur eine parallele Gerade gibt.

Soll der Nichtfachmann die angeführte Aussage verstehen können, ist ihm auch zu sagen, daß in dieser das Wort "Gerade" nicht - wie im Alltag und in der euklidischen Geometrie - eine Linie ohne Krümmung meint, sondern die kürzeste, in einer gegebenen Fläche verlaufende Verbindungslinie zwischen zwei Punkten, gleichgültig ob die Fläche eben ist oder nicht.

Die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Punkten ist - genau genommen - nicht eine (unbegrenzt zu denkende) Gerade, sondern eine gerade Strecke, also ein beidseitig begrenztes Stück einer Geraden. Die vorstehend wiedergegebene Definition definiert nicht die Sache "Gerade", sondern die Eigenschaft "Geradheit einer Strecke":
Eine Strecke ist gerade, wenn sie die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Punkten ist. - Um vom Gewohnten nicht allzu stark abzuweichen, bediene ich mich weiterhin der üblichen Ausdrucksweise.

Würde auf einem Globus die kürzeste Verbindungslinie zwischen den Punkten gesucht, auf denen ˙Berlin˙ und ˙Tokio˙ liegen, müßte man mit einer geraden Nadel bei ˙Berlin˙ so in den Globus stechen, daß man mit dieser bei ˙Tokio˙ wieder aus dem Globus käme. Diese kürzeste Verbindungslinie nützte aber dem Flugzeugpiloten nichts, der nicht durch einen entsprechenden Tunnel, sondern nur über der Erdoberfläche von Berlin nach Tokio fliegen kann. Er braucht also nicht die euklidische Gerade, sondern die kürzeste Verbindungslinie in einer Fläche, die durch die Form der Erde vorgegeben ist, also in erster Näherung die kürzeste Verbindungslinie in einer Kugeloberfläche. Und diese ist - wie man zum Beispiel auf einem Globus mit Hilfe eines Bindfadens klar machen kann - immer ein Stück eines Großkreises, also eines Kreises, dessen Ebene durch den Kugelmittelpunkt geht. (Solche Kreise sind auf dem Globus zum Beispiel der Äquator und alle Meridiane.) Liegen sich zwei Orte gleicher geografischer Breite auf der Erde gegenüber, ist der Weg über den (näher gelegenen) Erdpol, also auf einem Großkreisbogen, kürzer als der längs des Breitenkreises, der durch die beiden Orte geht. Eine Parallele zum Großkreis (also auch jeder Breitenkreis) ist nicht ebenfalls ein Großkreis, sondern ein Kreis, dessen Ebene nicht durch den Erdmittelpunkt geht. Damit ist ein Bogen eines solchen (zu einem Großkreis parallelen) Kreises nicht die kürzeste Verbindungslinie zwischen seinen Endpunkten. Wird diese kürzeste Linie - wie in der höheren Geometrie üblich - als "Gerade" bezeichnet, gibt es in der Kugeloberfläche zu einer Geraden (einem Großkreis) durch einen (außerhalb dieser Geraden liegenden) Punkt in der Tat keine parallele Gerade (keinen parallelen Großkreis). Diesen Sachverhalt versteht auch der Laie, wenn - und nur wenn - ihm gesagt wird, daß der Fachmann mit dem Wort "Gerade" nicht nur die euklidische Gerade, also die kürzeste Verbindungslinie in einer ebenen Fläche, bezeichnet, sondern auch die kürzeste Verbindungslinie in beliebig gekrümmten Flächen. (In allseits gekrümmten Flächen - wie zum Beispiel in der Kugeloberfläche - gibt es überhaupt keine Linie ohne Krümmung, also überhaupt keine euklidische Gerade.)

Das Wort "Gerade" ist mit der Einführung der nichteuklidischen Geometrien von einem bestimmten Begriff (Linie ohne Krümmung) zu einem Oberbegriff (kürzeste Verbindungslinie) ˙gewandert˙. Solche Namensübertragungen kommen in der Wissenschaft oft vor und führen zu keinen Schwierigkeiten, wenn den untergeordneten Begriffen neue Namen zugeordnet werden ("euklidische Gerade", "nichteuklidische Gerade"). Diese neuen Namen sind aber auch zu verwenden und zu begründen, wenn Mißverständnisse ausgeschlossen werden sollen.

Um glaubhaft machen zu können, daß es in einer bestimmten gekrümmten Fläche zu einer gegebenen Geraden durch einen außerhalb der Geraden liegenden Punkt beliebig viele parallele Gerade gibt, ist noch bewußt zu machen, was alles unter den Begriff der Parallelen fallen kann. Die einfache Vorschrift, daß eine Parallele zu einer Kurve dadurch gefunden wird, daß man senkrecht zu dieser gleich lange Strecken abträgt und deren Endpunkte miteinander verbindet (Abschnitt 6), hat Konsequenzen, die der Nichtfachmann von sich aus nicht bedenken kann. Zeichnet man auf die eben beschriebene Weise zum Beispiel eine Parallele zu einer Ellipse, so erhält man - wenn die Parallele außerhalb der Ellipse liegt - eine Kurve, die einer Ellipse (erwartungsgemäß) ähnlich ist (aber doch keine Ellipse ist: sie genügt nicht der Ellipsengleichung). Wird (in nicht zu kleinem Abstand) eine Parallele innerhalb der Ellipse gezeichnet und werden die Endpunkte der zur Parallelenkonstruktion abgetragenen Strecken in der richtigen Reihenfolge miteinander verbunden, ergibt sich ein überraschendes Bild. Kein Nichtfachmann würde vermuten, daß eine Parallele zu einer Ellipse so aussehen kann wie die innere Kurve des Bildes 9.1

.

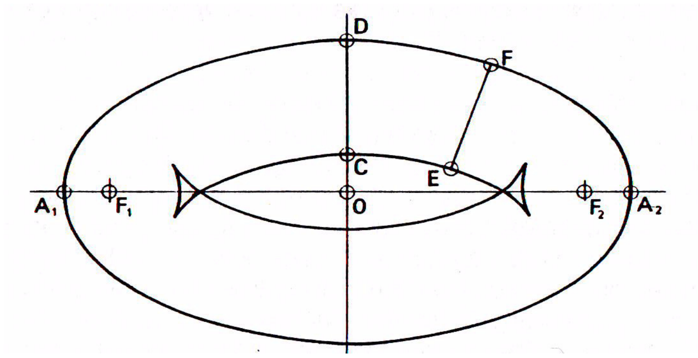

Bild 9.1. Ellipse und eine zu ihr parallele Kurve im Ellipseninneren

Wird dem Nichtfachmann verdeutlicht, daß eine Parallele ganz anders aussehen kann, als er sich das zunächst vorstellt, und wird ihm (durch eine Abbildung) eine Vorstellung der Pseudosphäre (Scheinkugel) vermittelt, also der Drehfläche, deren Meridian eine (ebenfalls im Bild zu zeigende) Traktrix (Schleppkurve) ist, wird auch der Laie glauben können, daß es in der Pseudosphärenfläche zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt beliebig viele parallele Geraden gibt. Jedenfalls wird er dann der zu Beginn dieses Abschnitts angeführten Aussage nicht mehr völlig hilflos gegenüberstehen. (Die Pseudosphäre verdankt ihren Namen der Tatsache, daß sie hinsichtlich des Parallelenaxioms gewissermaßen die extreme Gegenfläche zur Kugelfläche ist.)

Es ist für den Nichtfachmann sehr beruhigend, zu wissen, daß in der ihm allein bekannten euklidischen Geometrie (trotz der Einführung der nichteuklidischen Geometrien) das euklidische Parallelenaxiom nach wie vor uneingeschränkt gilt und daß er die 'Räume' der nichteuklidischen Geometrien (wie die Kugelfläche oder die Pseudosphärenfläche) in den euklidischen Raum einbetten und sich so Aussagen der nichteuklidischen Geometrien veranschaulichen und damit - wenigstens bis zu einem gewissen Grad - verständlich machen kann.

Ein Beispiel dafür, zu welchen Unklarheiten und Mißverständnissen selbst beim Umgehen mit Größen die inkonsequente Weiterverwendung alter Namen trotz Arbeitens mit neuen Begriffen führen kann, wird im dritten Teil noch ausführlich besprochen werden.

Damit kehre ich zum Problem des verständigen Umgehens mit Größen zurück.