7. «Allgemeine Größen» und «spezielle Größen». Sachgebunden angegebene Größen und einheitengebunden angegebene Größen. Einzelsachgrößen und Sachklassengrößen. Angabegleichungen, Bestimmungsgleichungen und Gesetzesgleichungen. Die Bedeutung begriffsgemäßer Indizierung

7.1. Ein Beleg dafür, daß die Verwirklichung des Wunsches, möglichst nur indexlose Größenzeichen zu verwenden, zu unzutreffenden Auffassungen verleitet, ist die übliche Unterscheidung von «allgemeinen Größen» (zum Beispiel "l") einerseits und von «speziellen Größen» beziehungsweise «numerisch angegebenen Größen» (zum Beispiel „3 m") andererseits. Diese Größen werden oft in **Angabegleichungen** der Art

(7.1) $l = 3$ m

einander gleich gesetzt. Wenn eine «allgemeine Größe» etwas anderes wäre als eine «spezielle» - was die Verwendung der beiden verschiedenen Namen doch wohl besagen soll - wäre die Gleichung 7.1 die Formulierung einer logisch wie mathematisch nicht möglichen Beziehung: Es würde Verschiedenes einander gleich gesetzt. Da in 7.1 zwei Symbole zu Recht miteinander verbunden sind, müssen sie auch das Gleiche bedeuten, müssen also beide Symbole entweder Zeichen für «allgemeine Größen» oder beide Symbole Zeichen für «spezielle Größen» sein. Und es sind auch in der Tat beide Symbole Zeichen für «spezielle Größen». Das wird im allgemeinen nur verkannt, weil in 7.1 am Größensymbol "l" der Index der Sache, deren Länge angegeben wird, nicht geschrieben ist. Würde zutreffend formuliert

(7.2) $l_1 = 3$ m,

sähe man ohne weiteres, daß auch das Symbol auf der linken Seite des Gleichheitszeichens ein Zeichen für eine «spezielle Größe» ist, nämlich ein Zeichen für die ganz bestimmte (spezielle) Länge des Dinges 1. Die Gleichsetzung des Symbols l_1" in 7.2 beziehungsweise "l" in 7.1 mit dem Symbol "3 m" besagt, daß die Symbole das identisch Gleiche bedeuten, und besagt damit, daß das indexlose Symbol "l" in 7.1 kein Zeichen für eine «allgemeine Größe» ist. Die Tatsache, daß die Zeichen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens sowohl in 7.1 wie in 7.2 «spezielle» Längen bedeuten und daß auch in allen anderen Angabegleichungen nur Zeichen für «spezielle», nicht aber Zeichen für «allgemeine Größen» geschrieben werden (und zwar gleichgültig ob sie zutreffend formuliert sind oder nicht), zeigt, daß eine Unterscheidung von «speziellen» und «allgemeinen» Größen in Angabegleichungen überflüssig ist. - Auch das Attribut "speziell" ist überflüssig. Es genügt, zum Beispiel zu sagen, daß in den Angabegleichungen zwei Größen (und nicht zwei «spezielle» Größen) einander gleichgesetzt werden. Die Länge des Dinges 1 ist ebenso wie 3 m eine Länge und nicht eine «spezielle» Länge, die in einem begrifflichen Gegensatz zu einer «allgemeinen» Länge stünde. Der Ausdruck "spezielle Länge" kann allenfalls verwendet werden, um eine Hervorhebung in der Bedeutung "ganz bestimmte Länge" zu ermöglichen. "l_1" und "3 m" sind in der Tat ganz bestimmte Längen (und nicht ganz bestimmte «spezielle» Längen).

Nur weil der die Sache kennzeichnende und damit auf ein bestimmtes Ausmaß hindeutende Index (aus Bequemlichkeit) im allgemeinen nicht mitgeschrieben wurde, verkannte man offenbar den tatsächlichen Sachverhalt, und sah man sich genötigt, den überflüssigen, nicht begriffsgemäßen und damit irreführenden Scheinbegriff der «allgemeinen» Größe zu ⁚konzipieren⁚. So sehr sich viele Kalkülbenutzer sträuben, Indizes zu schreiben, da das - auch für den Setzer -umständlich ist und das Schriftbild kompliziert, kann nicht weiterhin um der Kürze des Ausdrucks willen die Logik vernachlässigt werden. Wären die Indizes mitgeschrieben worden, hätte man den tatsächlichen Sachverhalt nicht so leicht verkannt: Die in den Angabegleichungen einander gleichgesetzten Symbole sind Zeichen für eine jeweils mit sich selbst identische, ganz bestimmte Größe; diese ist nur einmal sachgebunden angegeben („ l_1") und einmal einheitengebunden („3 m"). (Ich brauche nicht näher auszuführen, daß auch die einheitengebundene Angabe eine an eine Sache gebundene Angabe ist; sie ist aber an eine ganz bestimmte, für Meßzwecke konventionell festgelegte Sache gebunden, sei diese der Urmeterstab in Paris oder - im allgemeinen Fall - eine andere Standardsache [Etalon].) Wenn wir die jeweils interessierende Sache einfach "Sache" nennen und sowohl von dieser Sache wie auch vom Etalon zu den Größen übergehen, können wir sagen, daß wir in den Angabegleichungen eine Sachgröße und ein mit dieser identisches Vielfaches der gleichartigen Etalongröße, auch **Standardgröße** oder Meßeinheit genannt, einander gleichsetzen (und nicht eine «allgemeine» und eine «spezielle» Größe).

Es sei angemerkt, daß die hier besprochene, nicht begriffsgemäße Unterscheidung von «allgemeinen» und «speziellen» Größen nicht die Unterscheidung von «Größenarten» und «Größenwerten» betrifft.
Es sei auch noch erwähnt, daß manche Lehrer Bedenken haben, die Angabegleichungen überhaupt als Gleichungen anzuerkennen. Sie meinen, daß auch die Gleichung l_1 = 3 m" keine Gleichung im üblichen mathematischen Sinn sei: Sie könne nämlich nur in einer «Richtung»» gelesen werden. Es sei nur richtig, daß die Länge des Dinges 1 3 m sei; 3 m sei aber nicht nur die Länge des Dinges 1; 3 m könne auch die Länge anderer Sachen sein. Die Bedenken gehen so weit, daß schon gesagt wurde, man dürfe Größenangaben nicht in Form von Gleichungen schreiben, sondern müsse zum Beispiel Symbole der folgenden Art verwenden:

(7.3) $\quad l_1$ -> 3 m.

In 7.3 bringe der Pfeil zum Ausdruck, daß die Größenangabe nur in Pfeilrichtung gelesen werden dürfe. - Inzwischen ist wohl klar, daß diese Forderung einer Fehlinterpretation der Gleichung 7.2. entspringt. Diese besagt ja, daß die in der Gleichung miteinander in Beziehung gesetzten Längen (identisch) gleich groß sind. Die Gleichung kann also durchaus in beiden Richtungen gelesen werden: Die Länge des Dinges 1 ist gleich groß wie das Dreifache der Länge des Abstandes zweier bestimmter Strichmarken auf dem Urmeterstab; das Dreifache der Länge des Abstandes der Ritzmarken ist gleich groß wie die Länge des Dinges 1.

7.2. Es ist ohne weiteres klar, daß in Bestimmungsgleichungen der Art

(7.4) $\quad A(D_1) = 1/2 \bullet l(G_1) \bullet l(H_1).$ $\quad$ (D: Dreieck)

ebenfalls Zeichen für jeweils ganz bestimmte, «spezielle» Größen stehen. Wenn wir diese mit einem Namen bezeichnen wollen, der unmittelbar besagt, von welchen Größen die Rede ist, können wir sie als "einzelsachgebunden angegebene Größen" oder - kürzer - als "Einzelsachgrößen" bezeichnen. Im Falle der Berechnung einer der drei in 7.4 stehenden Größen mit Hilfe der beiden anderen sind für diese die einheitengebunden angegebenen Größen (kurz: die einheitengebundenen Größen) gemäß den jeweiligen Angabegleichungen der Art "$l(G_1)$ = 5 cm" einzusetzen.

7.3. Wie sieht es aber bei den **Gesetzesgleichungen** aus, die durch Verallgemeinerung aus den Bestimmungsgleichungen gewonnen werden können und in denen nur Zeichen für sachklassengebunden angegebene Größen („**Sachklassengrößen**") stehen, wie zum Beispiel in der Gleichung

(7.5) $\quad A(D) = 1/2 \bullet l(G) \bullet l(H)$?

Sind diese Größen nicht «allgemeiner» als die «spezielleren» Größen in 7.4? Diese Frage kann man bejahen, muß sich dabei aber des Folgenden bewußt sein: Eine sachklassengebunden angegebene Größe als «allgemeine» Größe und eine einzelsachgebunden angegebene Größe als «spezielle» Größe zu bezeichnen, wäre etwas ganz anderes, als wenn man die in einer Angabegleichung stehenden, einander gleichen Größen (wie "l" und "3 m" in der - unzutreffend formulierten - Gleichung "$l = 3$ m") als «allgemeine» beziehungsweise als «spezielle» Größen bezeichnen wollte.

Es würde sich meiner Meinung nach aber nicht empfehlen, die Namen "allgemeine Größe" und "spezielle Größe" in der zuletzt genannten Bedeutung zu verwenden, da sie nicht ebenso unmittelbar besagen, wovon die Rede ist, wie die Namen "Sachklassengröße" und "Einzelsachgröße".