5. Zur Verwendung von Zeichen für sachgebunden angegebene Eigenschaften. Kriterium für die Gleichartigkeit von Ausmaßeigenschaften. Endmaßstäbe, Strichmaßstäbe und Meßskalen

5.1. Der begriffliche Unterschied zwischen Eigenschaftshabern (Sachen) und Eigenschaften erfordert deren terminologische Unterscheidung, also zum Beispiel die von Grundlinie und Grundlinienlänge. Das Wort "Grundlinienlänge" ist nicht der Name einer abstrakt (das heißt: von der Sache losgelöst) angegebenen Eigenschaft („Länge"), sondern der Name einer sachgebunden angegebenen Eigenschaft, also der Name, der sowohl die Eigenschaft wie auch deren Haber nennt.

Der Name "Sache" kann sowohl Sachen einer bestimmten Klasse meinen, zum Beispiel Dreiecksgrundlinien (G), wie auch eine einzelne Sache, zum Beispiel die Dreiecksgrundlinie l(G1). Nur wenn es nicht erforderlich ist, zu unterscheiden zwischen Eigenschaften, die sachklassengebunden angegeben sind [l(G)], und Eigenschaften, die einzelsachgebunden angegeben sind [$l(G_1)$], kann undifferenziert von sachgebunden angegebenen Eigenschaften gesprochen werden. Führen wir für die unterschiedlichen Begriffe (nicht nur unterschiedliche Namen, sondern auch) unterschiedliche Symbole ein, können wir Dreiecksgrundlinien - wie vorstehend schon geschehen - zum Beispiel mit "G" und Dreieckshöhen mit "H" symbolisieren, die Längen von Dreiecksgrundlinien mit "l(G)" und die Längen von Dreieckshöhen mit „l(H)". Für Dreiecksareale wäre mit diesen Symbolen zu schreiben:

(5.1.) $A\,(\mathrm{D}) = 1/2 \bullet l(\mathrm{G}) \bullet l(\mathrm{H})$ D --> Dreieck

Ich spreche von "Volumen" und "Areal" und nicht von "Raum" oder "Rauminhalt" beziehungsweise von "Fläche" oder "Flächeninhalt". Das Volumen ist etwas anderes als der (unbegrenzt zu denkende) Raum. Und der Rauminhalt ist alles, was im Raum ist, also das gesamte Weltall. Entsprechend ist das Areal etwas anderes als die (unbegrenzt zu denkende) Fläche; und der Flächeninhalt sind alle ein- und zweidimensionalen Gebilde, die in den (ebenen und gekrümmten) Flächen gedacht werden können. Zusätzliche sprachliche Ungereimtheiten treten auf, wenn die Wörter "Raum" und "Fläche" mit dem Wort "Einheit" zu den Wörtern "Raumeinheit" und "Flächeneinheit" zusammengefaßt werden. Einheiten können nur von Größen angegeben werden. Raum und Fläche sind aber keine Größen, sondern (Gedanken-)Sachen. Nicht viel besser steht es mit den schleppenden Wörtern "Rauminhaltseinheit" und "Flächeninhaltseinheit", weil diese im allgemeinen doch bald zu den Wörtern "Raumeinheit" und "Flächeneinheit" verkürzt werden. - Ich halte es - unbeschadet meiner Meinung, daß muttersprachliche Ausdrücke fremdsprachlichen grundsätzlich vorzuziehen seien-, für angebrachter, fremdsprachliche, aber eindeutige und damit semantisch geeignete Namen zu verwenden, als weniger geeignete muttersprachliche Ausdrücke zu gebrauchen.

Statt der Gleichung 5.1 wird bekanntlich geschrieben:

(5.2.) $A = 1/2 \bullet g \bullet h$

Um von 5.1 zu 5.2 zu kommen, muß man das Symbol für die Eigenschaft („l") und das für die Sache (zum Beispiel "G") zu einem einzigen Symbol zusammenfassen:

(5.3.) $l(\mathrm{G})$ --> g

Entsprechende Zusammenfassungen liegen vor, wenn in der Norm DIN 1304 neben dem Symbol "l" und dem Namen "Länge" insgesamt noch die folgenden Symbole und Namen für Längen aufgelistet werden: "b, Breite", "h, Höhe, Tiefe", "H, Höhe über dem Meeresspiegel, Höhe über Normal-Null", "δ, Schichtdicke", "r, Halbmesser, Radius", "d, Durchmesser", "s, Weglänge, Kurvenlänge" und "λ., Wellenlänge". (Die Hebelarmlänge wird weder in dieser noch in einer

anderen DIN-Norm aufgeführt.)
Symbole der Art "*g*" für Grundlinienlänge und "*r*" für Radiuslänge haben den Vorzug der Kürze, sind aber semantisch ebenso unzureichend wie zum Beispiel der Name "Grundlinie" für die sachgebunden angegebene Eigenschaft "Grundlinienlänge".

Die Kürze des Ausdrucks scheint in der Mathematik ein so erstrebenswertes Ziel zu sein, daß ihretwegen - wie schon Gottlob Frege beklagte - sogar gegen logische Forderungen verstoßen wird. Diese Kürze ist zweifellos auch bei der Festlegung der hier in Rede stehenden Symbole ein wichtiges Motiv gewesen, aber wahrscheinlich nicht das einzige. Es mag unwichtig erscheinen, auf diese praktikabel einfachen, aber semantisch unbefriedigenden Symbole einzugehen. Sie sind aber zu besprechen, weil oft gerade die Problematisierung von 'Selbstverständlichkeiten' zu neuen Einsichten führt. Die 'verkürzten' Symbole können nämlich leicht den Eindruck erwecken, daß die an verschiedene Sachklassen gebundenen Längen verschiedenartige Größen seien. Dieser Eindruck wird verstärkt, wenn in der Norm DIN 1313, «Physikalische Größen und Gleichungen. Begriffe und Schreibweisen» vom April 1978 /24/ gesagt wird:

«Der Begriff Größenart innerhalb einer Dimension (auch Art einer Größe genannt} umfaßt ebenfalls» (gemeint ist: ebenso wie der Begriff "Dimension") «nur qualitative Eigenschaften physikalischer Größen. Er wird allerdings nicht einheitlich definiert. Meist wird darunter etwas verstanden, das man aus einer physikalischen Größe erhält, wenn man von allen numerischen Faktoren absieht, aber Vektor- oder Tensorcharakter sowie Sachbezüge beibehält. So haben beispielsweise Volumen, Flächenmoment 1. Grades und Widerstandsmoment dieselbe Dimension, sie werden aber als unterschiedlichen Größenarten zugehörig angesehen.».

Dieser Text besagt, daß nach der «meist» verbreiteten Auffassung die Sachbindung (der «Sachbezug») zu den Konstituenten einer Größenart gehört, und sagt damit implizit wohl auch, daß Länge, Breite, ..., Wellenlänge verschiedenartige Größen seien. Daß sich vermutlich auch die Normbearbeiter von dieser Auffassung leiten ließen, zeigt die Norm 1304. In dieser werden in der Größengruppe "Längen und ihre Potenzen" die Längen, die an verschiedene Sachklassen gebunden sind, in völlig gleicher Weise aufgelistet wie das Areal $A = l^2$, das Volumen $V = l^3$, das Widerstandsmoment $W = l^3$, das Flächenmoment 1. Grades $H = l^3$ und das Flächenmoment 2. Grades (früher: Flächenträgheitsmoment) $I = l^4$, die unbezweifelt verschiedenartige Größen sind.

In der nicht mehr gültigen Norm DIN 1313 «Schreibweise physikalischer Gleichungen in Naturwissenschaft und Technik» vom September 1962 /23/ wurde festgelegt:

Dimension einer Größe

«Größen gleicher Art oder gleichartige Größen sind solche, von denen physikalisch sinnvolle Summen oder Differenzen gebildet werden können». Da man zum Beispiel von einer Radiuslänge und einer Wellenlänge kaum eine physikalisch sinnvoll interpretierbare Summe bilden kann, legt auch diese Definition den Schluß nahe, daß die (auch in /23/ schon in der beschriebenen Weise) aufgelisteten Längen Größen verschiedener Art seien.
Dieser Schluß bereitete vielen offenbar große Schwierigkeiten, so daß man in der Norm DIN 1313 von 1978 darauf verzichtete, auf den Begriff der Größenart näher einzugehen, und dafür den (von den Normbearbeitern als unproblematisch betrachteten) Begriff der Dimension als tragenden Begriff der Norm herausstellte. (So wird in der Norm zum Beispiel nur von Dimensionssystemen, nicht aber auch von Größensystemen gesprochen.)

Zum Begriff der Dimension wird gesagt: «Man gelangt zur Dimension einer physikalischen Größe ..., indem man in ihrer Definitionsgleichung von deren Vektor- oder Tensoreigenschaft,

allen numerischen Faktoren einschließlich des Vorzeichens und gegebenenfalls bestehenden Sachbezügen absieht:
Beispiel:
Länge, Breite, Höhe, Radius, Durchmesser, Kurvenlänge haben alle die Dimension Länge».

Das sieht wie ein mißglückter Verschleierungsversuch aus: Die Norm sagt auf der einen Seite nicht, daß die sachklassengebunden angegebenen Längen Größen verschiedener Art seien, betrachtet aber auf der anderen Seite die Sachbindung offenbar doch als eine Konstituente der Größenarten. Und die Norm verzichtet nicht nur auf eine Definition des mißverständlichen Terminus' "Größenart", sondern auch auf die Festlegung, wann zwei Größen von gleicher (oder von verschiedener) Art sind.

Das Zusammenfassen von Symbolen, die begrifflich Verschiedenes bezeichnen, zu jeweils einem einzigen Symbol, zum Beispiel

l(S)--> s (S: Weg, Bewegungsbahn im Sinne einer Sache),

l(R)--> r (R: Radius im Sinne einer Sache),
ist ein gedanklicher Akt, der leicht vergessen wird, wenn lange genug mit Symbolen wie "s" und "r" gearbeitet wird. Und Lernende, die von Anfang an mit Symbolen dieser Art konfrontiert werden, durchschauen von vornherein nicht, daß diese Symbole auf eine eigenartige Weise zustande gekommen sind.

Um zu bleibenden Einsichten zu kommen, ist es erforderlich, die Eigenschaften als solche einerseits und deren Sachbindung andererseits klar zu unterscheiden. Die Eigenschaft "Länge" - um diese als Beispiel zu nehmen - wird ausschließlich in Einheiten der Art "1 m" angegeben, gleichgültig ob es sich um Längen von Dreiecksgrundlinien oder um Längen von Lichtwellen handelt. (Es hat noch niemand vorgeschlagen, zum Beispiel zwischen ˙Grundlinienmetern˙ und ˙Wellenmetern˙ zu unterscheiden.) Ich bezeichne deshalb nur die Länge als solche als eine Eigenschaft und ordne dieser ausschließlich das Symbol "l" zu. Da jede Eigenschaft die Eigenschaft einer Sache ist, ist aber auch die Sachbindung anzugeben. (Der einzige Fall, in dem keine Sachbindung angegeben wird, wird im Abschnitt 13 besprochen werden.) Die Sachbindung symbolisiere ich - wie vorstehend schon geschehen - durch einen Klammerzusatz zum Größenzeichen: l(G), $l(G_1)$. Die Angabe der jeweiligen Sachbindung in der Beschreibung naturwissenschaftlicher Phänomene ist für deren Verständnis von ausschlaggebender Bedeutung. Ich werde sie deshalb im Folgenden sorgfältig berücksichtigen, werde aber die Sachbindung nicht als eine Größenkonstituente betrachten.

Ich betone noch einmal, daß diese Ausführungen der grundsätzlichen fachlichen Klärung der Sachverhalte und der didaktischen Aufbereitung dienen und nicht die Gepflogenheiten der Praxis zu berühren brauchen. Der routinierte Praktiker kann bei seinen Routinearbeiten die Zeichen verkürzen, wie er will.

Von den Eigenschaften werde ich im ersten Teil dieser Untersuchung nur diejenigen behandeln, die meßbar sind und die - wie gesagt wird - mathematisch als «Produkte aus Zahlenwert und Einheit», also als Produkte der Art "3 m" dargestellt werden können.

Es sei darauf hingewiesen, daß die übliche Bezeichnung "Produkt aus Zahlenwert und Einheit" („3 m") impliziert, daß das Zeichen "m" wie ein Zahlzeichen behandelt wird. Im Abschnitt 13 wird das noch deutlicher werden.

Die Aussage, daß Eigenschaften mathematisch behandelt werden können, wird bei denjenigen Lesern auf Widerstand stoßen, die meinen, daß nicht Eigenschaften, sondern nur Zeichen für Eigenschaften (Namen und Symbole) in den Kalkül eingehen können. Auf diese Auffassung werde ich im Abschnitt 9 eingehen.

Die meßbaren Eigenschaften als solche haben ein Ausmaß und nur ein Ausmaß (eine "Größe", einen "Wert", einen "Betrag") und (zum Beispiel) nicht auch eine Richtung und können deshalb als Ausmaßeigenschaften bezeichnet werden.

Solange man den Namen "(physikalische) Größe" verwendet, sollte man das Wort "Größe" nicht auch noch in der Bedeutung "Ausmaß" benutzen; es wäre sonst doppeldeutig: Statt "Ausmaß der Größe" müßte man "Größe der Größe" sagen.

Der Name "Wert". ist ebenfalls wenig geeignet, da eine physikalische Größe nicht gewertet, sondern gemessen wird. Der sogenannte Wert einer Größe ist etwas anderes als der einer Münze oder einer Banknote zugesprochene (Geld-) Wert, der nicht wie eine physikalische Größe gemessen wird, und auch etwas anderes als der (ethische) Wert einer Handlung.

Das Wort "Betrag" vermeide ich hier, weil es vor allem dann verwendet wird, wenn man bei Vektoren von deren Richtung absieht. An dieser Stelle reden wir aber nur von Eigenschaften, also von Größen, die von vornherein keine Eigenschafts-Richtungs-Kombinate sind und bei denen man deshalb auch nicht von einer Richtung absehen kann.

Da Ausmaßeigenschaften verschieden groß sein können, können sie miteinander **verglichen** werden, das heißt: in eine **Ausmaßrelation** (also in eine Gleichheits-, Kleiner-Größer- oder Größer-Kleiner-Relation) gestellt werden, und zwar auch dann, wenn zum Beispiel 3 m die Länge eines Durchmessers und 5 m die Länge eines Hebelarms ist. Nichts kann uns an der Aussage hindern, daß eine Durchmesserlänge von 3 m eine kleinere Länge ist als eine Hebelarmlänge von 5 m. Die Längen als solche, also die Längen als ('reine') Ausmaßeigenschaften sind alle von gleicher Art.

Von Ausmaßeigenschaften kann man eindeutig ein Vielfaches angeben. So ist zum Beispiel das 3fache der Wellenlänge "310 Nanometer" (310 nm = $310 \cdot 10^{-9}$ m) gleich 930 nm. Was das 3fache der grünen Farbe einer bestimmten Quecksilber-Spektrallinie sein sollte, kann nicht gesagt werden. Farben als solche sind - auch wenn ihnen heute bestimmte Gruppen von Kennziffern zugeordnet werden - nicht meßbar und können folglich auch nicht dem Kalkül unterworfen werden.

Die Möglichkeit, Ausmaße in einer Ausmaßrelation miteinander zu vergleichen, erlaubt eine eindeutige Aussage:

Zwei Ausmaßeigenschaften sind von gleicher Art, wenn sie in einer Ausmaßrelation miteinander verglichen werden können. (Die Möglichkeit einer derartigen Festlegung war und ist durchaus bekannt und konnte vermutlich nur wegen des mehrdeutigen Gebrauchs des Wortes "Größe" [sowohl für Eigenschaften wie für Eigenschafts-Sach-Kombinate] nicht in die Norm aufgenommen werden.) 3 m und 500 cm sind Eigenschaften der gleichen Art: "3 m < 500 cm" ist eine (sinnvolle) Ausmaßrelation. 3 m und 5 kg sind Eigenschaften verschiedener Art: "3 m < 5 kg" ist (keine Ausmaßrelation, sondern) eine sinnleere Schreibfigur.

Es ist vielleicht nicht überflüssig zu sagen, daß 3 m und 5 m nicht gleiche, sondern gleichartige Eigenschaften sind. Gleiche Eigenschaften (Längen) sind zum Beispiel 3m und 3 m oder 3 m und 300 cm.

Mit der vorstehenden Festlegung ist auch das Additionskriterium für die Festlegung der Gleichartigkeit von Größen brauchbar. Es muß lediglich auf den nicht näher definierten Ausdruck "physikalisch sinnvoll" verzichtet werden: Zwei Größen sind von gleicher Art, wenn sie addiert werden können (und dabei selbstverständlich eine Größe der wiederum gleichen Art ergeben). Es kommt nur darauf an, daß zum Beispiel eine Durchmesserlänge von 3 m eine Länge ist und ebenso eine Hebelarmlänge von 5 m, nicht aber darauf, daß die bei einer Addition der Größen "3 m" und "5 m" sich ergebende Länge einer bestimmten Sache als eine «physikalisch sinnvolle» Eigenschaft zugesprochen werden kann.

An dieser Stelle sind zwei Anmerkungen ganz anderer Art zu machen.

(1) Auch Luftdruck und Blutdruck sind (Zustands-) Eigenschaften der gleichen Art und werden demzufolge auch in Einheiten der gleichen Art angegeben. Medizinische Normungsgremien beharren darauf, daß der Blutdruck auch nach der gesetzlichen Einführung der Einheiten des heute gültigen Internationalen Einheitensystems (also der sogenannten SZ-Einheiten) weiterhin in der früher viel verwendeten Einheit "1 Millimeter Quecksilbersäule" (1 mm Hg = 1 Torr) anzugeben sei. Durch eine solche Vorschrift könnte der Eindruck suggeriert werden, daß der Blutdruck eine Größe eigener Art sei. Dieser Eindruck wird noch verstärkt, wenn in einer Größenliste neben der Größe "Druck" noch eine Größe "Blutdruck" aufgelistet wird. - Die Einheit "1 mm Hg" wurde in allen anderen Bereichen fallen gelassen, weil sie weder mit den SZ-Einheiten nur mit dem Zahlenfaktor "1" verknüpft ist (wie zum Beispiel die zu den SI-Einheiten kohärente Druckeinheit "1 Pascal" = "1 Newton durch 1 Meter hoch 2" [1 Pa = 1 N/m^2]) noch mit der kohärenten Druckeinheit durch eine ('reine') Zehnerpotenz verbunden ist (wie zum Beispiel die Einheit "1 Liter" [1 I = 10^{-3} m^3]). - Eine viel gebrauchte Druckeinheit ist 1 Hektopascal (1 hPa = 10^2 Pa). Diese wurde früher als "1 Millibar" (1 mbar) bezeichnet. Die Meteorologen konnten sich leicht von Millibar auf Hektopascal umstellen: Sie brauchten keine Einheit zu wechseln, sondern nur einen Einheitennamen. Würde man bei Blutdruckangaben von der Einheit "1 mm Hg" zur Einheit "1 hPa" übergehen, wäre das ein wirklicher Einheitenwechsel, weil 1 mm Hg =1,333 224 hPa ist. Bei diesem Übergang würden sich die Zahlenwerte in den Blutdruckangaben stark ändern. Das wäre bei einer medizinisch so wichtigen Angabe sehr mißlich, weil sich Fehler bei der Interpretation der Zahlenangaben gefährlich auswirken könnten. Das umso mehr, als die Blutdruckangaben (zum Beispiel "140/80") praktisch immer als (reine) Zahlenangaben, also ohne Angabe der Einheiten gemacht werden und dadurch die Interpretation der Angaben erst recht verunsichert wird. Es ist deshalb verständlich, daß medizinische Normungsgremien an der alten Einheit festhalten wollen. Das darf aber nicht zu der (schon geäußerten) Meinung verleiten, daß der Blutdruck eine andere Größe sei, als es die anderen Drücke sind, und daß damit in diesem besonderen Fall die Sachbindung doch als Konstituente einer Größe (einer Größenart) betrachtet wird.

(2) Auch Größen wie zum Beispiel Akkumulatorspannung und Netzspannung sind Größen der gleichen Art, ebenso Gleichspannung und Wechselspannung. Die Art einer Größe hängt auch nicht davon ab, ob die Größe zeitlich konstant ist oder sich zeitlich ändert.

Die unterschiedliche Sachbindung der in Rede stehenden Längen (und anderer Größen) rechtfertigt allein also nicht, diese Längen (und andere Größen) als verschiedenartig zu betrachten, und auch nicht, sie wie verschiedenartige Größen aufzulisten.

5.2. Die Ausmaßeigenschaften können geometrisch durch Strecken abgebildet werden (Bild 5.1) Diese können - nach ihren Ausmaßen geordnet - mit gleicher Fußpunkthöhe parallel nebeneinander gestellt werden und ergeben dann (bei einiger Phantasie) das Bild einer Treppe (Bild 5.1).

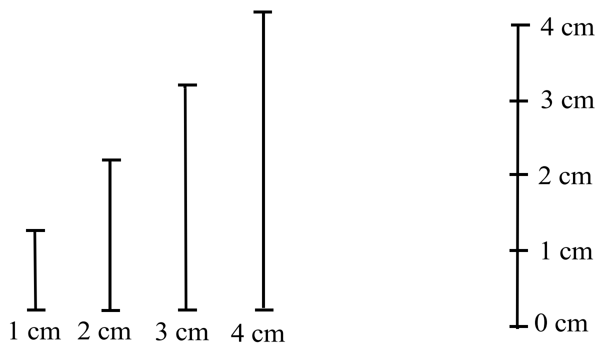

Bild 5.1) Darstellung der Längen Bild 5.2. Meßleiter als Schema eines „1cm“, "2cm“, "3cm“ und "4cm“Strichmeßstabes. Näheres im Text

Werden die die Größen darstellenden Strecken des Bildes 5.1 'zusammengeschoben', also übereinander gezeichnet, ergibt sich das Bild einer einholmigen Leiter, deren Sprossen die die jeweiligen Streckenendpunkte markierenden Querstriche sind (Bild 5.2). Sowohl "Treppe" wie auch "Leiter" heißen im Lateinischen "scalae". Das ist vermutlich der Grund dafür, daß die Ausmaßeigenschaften in der Physik als "skalare Größen" oder kurz als "**Skalare**" bezeichnet werden.

Für präzise Längenmessungen - besonders für Kalibrierungszwecke ('Eichzwecke') - werden sogenannte Endmaßstäbe benutzt. Das sind quader- oder zylinderförmige Stäbe aus sehr hartem Stahl oder aus Quarz von ganz exakter Länge. (Ihre planparallelen Endflächen sind so sorgfältig poliert, daß sie nach sorgfältigem Zusammenlegen allein durch die Gravitationskraft fest aneinander gehalten werden.) Mit Hilfe geeignet zusammengestellter Sätze solcher Endmeßstäbe können Strecken beliebiger Länge zu Meßzwecken lückenlos belegt werden.

Bei der späteren Besprechung der Areal- und Volumenmessung (Abschnitt 13) wird deutlich werden, daß das Wort "belegen" als Fachwort betrachtet werden kann. - Es sei darauf hingewiesen, daß längenbezogene Größen nach DIN 1304 /22/ allgemein als "Belag" (oder "Behang") bezeichnet werden, so wie arealbezogene Größen allgemein als "Bedeckung" und volumenbezogene Größen als "Dichte" bezeichnet werden: Massenbelag (m/f), Massenbedeckung (m/A), Massendichte (m/V).

Das Bild 5.2 ist das Schema der sogenannten **Strichmeßstäbe** von der Art eines 'Meterstabes' ('Zollstocks') oder eines Längenmeßbandes. Im Besitz solcher Längenmesser braucht man - wenn es nicht auf größte Genauigkeit ankommt - eine Strecke, deren Länge gemessen werden soll, nicht mehr mit Endmeßstäben zu belegen; man kann an die Strecke ein Strichmeßgerät anlegen.

Das Wort "Skala" wird auch, und zwar bevorzugt, für **Meßskalen** auf Geräten benutzt, die physikalische Größen mit Hilfe von Zeigerausschlägen anzeigen. So werden zum Beispiel zur (analogen) Messung von Stromstärken Zeigergeräte verwendet, deren Zeigerausschlag sich gesetzmäßig mit der Stromstärke ändert. Bewegt sich der Zeiger über einer geeichten, kreisförmig gekrümmten Skala, kann am jeweiligen Zeigerausschlag die Stromstärke abgelesen werden.