

## **19. Eine Urgröße als Ersatzgröße für eine andere Urgröße. Träge Masse und schwere Masse. Fallbeschleunigung und Gravitationsfeldstärke**

19.1. Haben wir uns bis jetzt mit Ersatzgrößen beschäftigt, die - größentheoretisch gesehen - abgeleitete Größen sind, so haben wir nun den Fall zu betrachten, in dem eine Urgröße als Ersatzgröße für eine andere Urgröße verwendet wird, nämlich den Fall der trägen und der schweren Masse.

Die träge Masse ist die Eigenschaft der Dinge, einer Bewegungsänderung einen Widerstand entgegenzusetzen. Und die schwere Masse ist die Eigenschaft der Dinge, aufeinander mit einer anziehenden Kraft, also - sofern keine Gegenkräfte vorhanden sind - aufeinander beschleunigend einzuwirken. Die eine Größe behindert Beschleunigungen, und die andere bewirkt Beschleunigungen. Die beiden Eigenschaften sind also phänomenologisch sehr verschieden. Beide sind einander aber streng proportional. Hat ein Ding eine doppelt so große träge Masse wie ein anderes, ist auch seine schwere Masse doppelt so groß wie die des zweiten Dinges.

Diese strenge Proportionalität ist kein Grund, die beiden Größen (Eigenschaften!) für identisch oder eine der beiden Größen für überflüssig zu halten. Bei Dingen aus ein und demselben Stoff sind Masse und Volumen (bei gleichbleibenden Bedingungen) einander auch streng proportional. Es hat aber noch niemand gemeint, diese beiden Größen deshalb für identisch oder eine dieser beiden Größen für überflüssig halten zu sollen.

Bei der vorstehenden Aussage, daß träge Masse (Trägheit) und schwere Masse (Schwerheit) zwei verschiedene Eigenschaften sind, ist zu beachten, daß ich mit den Namen "träge Masse" und "schwere Masse", an deren Stelle oft in undifferenzierter Weise nur der 'verkürzte' Name "Masse" verwendet wird, ausschließlich Eigenschaften bezeichne, also Eigenschaften, die ein Ding hat, aber nicht das Ding selbst. Wer «eine Masse in Bewegung setzt» oder «eine Masse an einer Feder schwingen läßt», versteht unter "Masse" etwas Dingliches und denkt dann bei Aussagen über die Masse eher an den Massenhaber als an dessen Eigenschaften. Das Ding, das sowohl eine träge wie auch eine schwere Masse hat, ist selbstverständlich mit sich selbst identisch. Das heißt aber nicht, daß auch die beiden in Rede stehenden Eigenschaften des Dinges identisch seien. - Die des öfteren auftretenden Mißverständnisse werden letztlich durch die Tatsache bedingt, daß das Wort "Masse" sowohl eine Sache bezeichnet, und zwar (gemäß seiner ursprünglichen Bedeutung /13/) vorwiegend in der Alltagssprache, wie auch zwei von deren Eigenschaften, und zwar in der Fachsprache. (Man vergleiche hierzu die Ausführungen im Abschnitt 4.) - Es ist vielleicht nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, daß das Symbol "m", dem der Name "Masse" zugeordnet ist und das in den Kalkül eingeht, in Fachtexten ausschließlich Symbol für eine physikalische Größe (im Sinne einer Eigenschaft) ist und nicht Symbol für eine Sache.

Daß träge Masse und schwere Masse nicht miteinander identisch, sondern nur einander proportional sind, wird auch nicht durch Gedankenversuche widerlegt, in denen Dinge kein Gewicht (im Sinne einer Kraft) haben, wie in dem bekannten Gedankenversuch von Albert Einstein mit dem frei fallenden Kasten. Wenn man in einem solchen Kasten auch kein Gewicht (im Sinne einer Kraft) feststellen könnte, so könnte man doch während des Fallens in Versuchen mit der Gravitationsdrehwaage eine Gravitationskraft und mit dieser die Eigenschaft "schwere Masse" feststellen und in Beschleunigungsversuchen eine Widerstandskraft und mit dieser die Eigenschaft "träge Masse".

Da sich träge Masse und schwere Masse proportional miteinander ändern, kann die eine als Maß der anderen dienen. Um eine Urgröße, eine Verknüpfungskonstante und Bezugsgrößen eigener

Art weniger zu haben, wird im Kalkül mit der trägen Masse allein gerechnet. Diese ist im Kalkül also nicht nur die Urgröße "träge Masse", sondern auch die Ersatzgröße für die Urgröße "schwere Masse". Die zum Zweck der rechnerischen Vereinfachung durchgeführte Ersetzung macht die beiden Eigenschaften aber nicht identisch, macht also aus der Eigenschaft "gravitas" nicht die Eigenschaft "inertias". Die kalkülbedingte Ersetzung (auch im Gravitationsgesetz) darf nicht dazu verleiten, die phänomenologisch so verschiedenen Eigenschaften für identisch zu halten, das heißt: die schwere Masse aus der Natur hinwegzuinterpretieren und damit das Bild der Natur zu verfälschen.

19.2. Durch die in Rede stehende Ersetzung wird aber nicht nur die schwere Masse aus dem Blick gedrängt; das geschieht auch mit den Größen, die von dieser abzuleiten sind. Um das zu zeigen, gehe ich auf das Gewicht (im Sinne einer Kraft) ein. Die Besprechung dieser Größe zeigt besonders deutlich, wie sehr sich auf der einen Seite der rechnerische Aufwand verringert, wenn Ersatzgrößen verwendet werden, und wie sehr dadurch auf der anderen Seite der Blick auf die tatsächlichen Sachverhalte verstellt wird.

Das Gewicht  $F(G)$  ist nur definiert für Dinge, die relativ zur Erdoberfläche ruhen und die nicht in einem umgebenden Medium einen Auftrieb erfahren. Es setzt sich vektoriell aus zwei Komponenten zusammen, der Gravitationskraft  $F(\text{grav})$  und der Fliehkraft  $F(f)$  aufgrund der Drehbewegung, die das relativ zur Erde ruhende Ding mit der Erddrehung ausführt. Die Gravitationskraft ist - in der Sprache des Größenkalküls formuliert - das Produkt aus schwerer Masse  $m_s$ , und Gravitationsfeldstärke  $G$ ; und die Fliehkraft ist - in dieser Ausdrucksweise - das Produkt aus träger Masse  $m_{tr}$  und Zentrifugalbeschleunigung  $a(f)$ :

$$(19.1) \quad F(G) = F(\text{grav}) + F(f) = m_s \cdot G + m_{tr} \cdot a(f).$$

Die beiden Einzelkräfte können - entsprechend der Tatsache, daß Kräfte einander überlagern können - addiert werden. Die Summe der beiden Produkte in 19.1 kann aber nicht zu einem einzigen Produkt zusammengefaßt werden, weil die Summanden Produkte verschiedenartiger Faktoren sind und deshalb kein Faktor ausgeklammert werden kann. Die Gleichung 19.1 kann also - wenn schwere und träge Masse einerseits und Gravitationsfeldstärke und Zentrifugalbeschleunigung andererseits sachgerecht unterschieden werden - nicht vereinfacht werden. Die üblicherweise trotzdem durchgeführte Zusammenfassung der Summanden ist nur unter zwei Bedingungen möglich. Erstens: Die schwere Masse wird durch die träge Masse ersetzt ( $m_s \rightarrow m_{tr}$ ). Zweitens: Die Gravitationsfeldstärke wird zu einer Gravitationsbeschleunigung uminterpretiert ( $G \rightarrow a(\text{grav})$ ) und zur Zentrifugalbeschleunigung addiert:

$$(19.2) \quad \begin{aligned} F(G) &= m_s \cdot G + m_{tr} \cdot a(f) \rightarrow \\ F(G) &= m_{tr} \cdot a(\text{grav}) + m_{tr} \cdot a(f) \rightarrow \\ F(G) &= m_{tr} \cdot [a(\text{grav}) + a(f)] \rightarrow \\ F(G) &= m_{tr} \cdot g \end{aligned}$$

(g: vermeintliche Fallbeschleunigung).

Das auf diese Weise erhaltene Ergebnis

$$(19.3) \quad F(G) = m_{tr} \cdot g$$

ist in der Tat mathematisch sehr einfach. Es erschließt aber nicht das Verständnis, sondern behindert dieses: Die Gleichung 19.3 ist - für sich allein gesehen - die Gleichung einer Trägheitskraft und nicht die einer beschleunigenden Kraft, so daß sich die Schüler fragen, wie in einer Gleichung für die Gewichtskraft, die für ruhende Dinge definiert ist, eine Beschleunigung ste-

hen kann, also eine Größe, die nur bei bewegten Dingen eine Rolle spielt.

Das Problem kann verdeutlicht werden, wenn wir das Ding, das wir zur Definition der Gewichtskraft als ruhend betrachteten, nun frei fallen lassen. Auf dieses wirkt dann nicht nur die zum Erdmittelpunkt hin gerichtete und jetzt einen beschleunigten Fall bewirkende Gewichtskraft ein; es tritt jetzt auch noch eine der Gewichtskraft entgegenwirkende, also vom Erdmittelpunkt weg gerichtete (tatsächliche) Trägheitskraft auf:

$$(19.4) \quad F(\text{tr}) = m_{\text{tr}} \cdot g \quad (g: \text{tatsächliche Fallbeschleunigung}).$$

Ein Ding fällt deshalb auch im leeren Raum, also auch bei Fehlen von Reibungs- und Auftriebskräften, nicht mit einer beliebig großen Beschleunigung, sondern mit einer ganz bestimmten, und zwar mit der, bei der das sogenannte dritte Newtonsche Axiom «*actio = reactio*»,

$$(19.5) \quad F_1 = - F_2,$$

erfüllt ist, bei der also die den beschleunigten Fall bewirkende Kraft  $F(G)$  und die der Beschleunigung entgegenwirkende Kraft  $F(\text{tr})$  entgegengerichtet gleich groß sind, wenn also gilt:

$$(19.6) \quad F(G) = - F(\text{tr}).$$

Auf die in den letzten Gleichungen geschriebenen Minuszeichen werde ich im zweiten Teil eingehen.

Wird " $F(G)$ " in 19.6 gemäß der ersten Gleichung in 19.2 ersetzt und " $F(\text{tr})$ " gemäß 19.4, ergibt sich

$$(19.7) \quad m_s \cdot G + m_{\text{tr}} \cdot a(f) = - m_{\text{tr}} \cdot g.$$

Diese Gleichung ist eine sinnvolle Aussage: Die den beschleunigten Fall bedingende Kraft ist entgegengerichtet gleich groß wie die ein Größerwerden der Beschleunigung behindernde Trägheitskraft. - Wird dagegen  $F(G)$  in 19.6 gemäß 19.3 ersetzt, ergibt sich die Gleichung

$$(19.8) \quad m_{\text{tr}} \cdot g = - m_{\text{tr}} \cdot g;$$

In Worten: Die Trägheitskraft " $m_{\text{tr}} \cdot g$ " ist entgegengerichtet gleich groß wie die Trägheitskraft " $m_{\text{tr}} \cdot g$ ". Die Gleichung 19.8 erhält erst dann einen Sinn, wenn man sich klar macht, daß der Ausdruck " $m_{\text{tr}} \cdot g$ " auf der linken Seite der Gleichung nicht eine Trägheitskraft meint, sondern daß er - wie die Gleichungen 19.2 zeigen - eine Ersatzgröße für die Gewichtskraft  $F(G)$  ist (19.1). Die Gleichung 19.8 meint also: Die den freien Fall bewirkende Gewichtersatzkraft „ $m_{\text{tr}} \cdot g$ “ ist entgegengerichtet gleich groß wie die beim freien Fall auftretende Trägheitskraft " $m_{\text{tr}} \cdot g$ ".

Es kann von den Lernenden nicht erwartet werden, daß sie diese Interpretation selber finden - während ihnen die Aussage der Gleichung 19.7 ohne weiteres verständlich ist. Wollen wir den Schülern das Verständnis für den tatsächlichen Sachverhalt erschließen, dürfen wir der den freien Fall bewirkenden Kraft " $m_s \cdot G + m_{\text{tr}} \cdot a(f)$ " nicht von Anfang an das Symbol " $m_{\text{tr}} \cdot g$ " zuordnen, dürfen wir also die schwere Masse nicht von Anfang an durch die träge Masse und die Gravitationsfeldstärke nicht von Anfang an durch die Gravitationsbeschleunigung ersetzen. Sonst können sich die Lernenden nur daran gewöhnen, die vom Lehrer gewünschten Aussagen auswendig zu lernen und bei Bedarf wieder von sich zu geben. Und es sollte noch etwas klar sein: Es sind nicht immer die unbegabtesten Schüler, die den Zugang zur Physik nicht finden; es sind neben den weniger begabten oft auch die intelligentesten, nämlich diejenigen, die aus ihrer intellektuellen Unbefriedigtheit schließen, daß ihnen durch die Art unseres Unterrichts

kein befriedigender Zugang zur wirklichen Natur erschlossen wird. Es ist sehr mißlich, das Formelbild so weit zu vereinfachen, daß die Schüler den Sachverhalt, den die Formel abbilden soll, nicht mehr erfassen können. Die Aufgabe des Unterrichts besteht nicht darin, die Probleme 'einfacher darzustellen', als sie sind, sondern darin, die Probleme in Teilprobleme zu zerlegen, die jeweils klärbar sind, um schließlich das Gesamtproblem in seiner ganzen Komplexität in den (Be-) Griff zu bekommen.

Die Gleichungen 19.1 und 19.3 lassen deutlich erkennen, um wieviel einfacher das Rechnen wird, wenn die schwere Masse durch die träge Masse ersetzt wird. Man wird deshalb in der Praxis auf diese Ersetzung nicht verzichten. Dessen ungeachtet sollte aber überlegt werden, ob im Unterricht die schwere Masse nicht wenigstens vorübergehend als eine Größe eigener Art behandelt werden sollte.

Mit dieser Aussage fordere ich nicht unbedingt, daß die schwere Masse als Basisgröße behandelt werden sollte. Wenn die Energie als Basisgröße eingeführt werden sollte (man vergleiche hierzu den folgenden Abschnitt), könnte sowohl die träge Masse wie auch die schwere Masse von dieser abgeleitet werden, so daß beide Massen abgeleitete Größen, aber doch Größen verschiedener Art wären. Die schwere Masse könnte aber - wie einige Wissenschaftler fordern - durchaus als Basisgröße eingeführt werden und würde dann auch im Unterricht als solche behandelt werden, und zwar nicht nur vorübergehend.

Die Gravitationsmechanik ist ein eigenständiges Gebiet der Physik neben der Trägheitsmechanik und nicht ein Teil von dieser. Die Einführung der schweren Masse als Basisgröße würde erfordern, auch eine eigene Verknüpfungskonstante und eine Bezugsgröße eigener Art einzuführen. Das hätte - neben dem Nachteil der Erschwerung der mathematischen Behandlung - den großen Vorteil, daß die Bezugsgröße frei gewählt werden könnte. Geschähe das in sinnvoller Weise, würde offenbar werden, daß die Bezugsgröße der schweren Masse so wenig mit der Einheit "1 Kilogramm" der trägen Masse zu tun hat wie die früher verwendete Krafteinheit "1 Kilogramm". Diese wurde später - um sie von der Bezugsgröße der trägen Masse zu unterscheiden - bekanntlich zunächst mit "1 Kilogramm Kraft" ( $1 \text{ kg}^*$ ) und dann mit "1 Kilopond" ( $1 \text{ kp}$ ) bezeichnet und schließlich durch die zu den SI-Einheiten kohärente Krafteinheit "1 Newton" ( $1 \text{ N}$ ) ersetzt. Die Einführung einer eigenen Bezugsgröße für die schwere Masse würde ebenso klärend wirken wie die Einführung eines eigenen Namens für die Krafteinheit.

19.3. Es sollten aber nicht nur Überlegungen zu den Bezugsgrößen und deren Namen angestellt werden. Auch die Namen der Größen selbst sollten bedacht werden. Es ist mißlich, daß der Name "Masse" - wohl seiner immer noch wirkenden ursprünglichen Bedeutung wegen /13/ - immer wieder auch die Vorstellung einer Sache suggeriert. Das belegen nicht nur alltagsprachliche Namen wie "Knetmasse", sondern zum Beispiel auch wichtige Aussagen der Relativitätstheorie, wie die Aussage Einsteins, «Masse hat Energie». (Siehe hierzu den folgenden Abschnitt.) Es ist auch mißlich, daß die üblichen Namen der beiden Eigenschaften nur durch Attribute unterschieden sind („träge Masse"; "schwere Masse"), so daß beim häufigen Weglassen der Attribute die 'verbleibenden' Eigenschaftsnamen („Masse") identisch sind und dadurch eine Identität der Eigenschaften suggerieren können. Da die träge Masse sowieso nur mit Hilfe des Wortes "Trägheit" erläutert werden kann, liegt nichts näher, als sie nur mit diesem Namen, also nur als "Trägheit" („inertias") zu bezeichnen, und die schwere Masse mit dem entsprechenden Wort "Schwerheit" („gravitas").

Die mit einem - auch zeitlich begrenzten - Gebrauch der Basisgröße "Schwerheit" erforderlich werdenden begrifflichen Klärungen benötigen ihre Zeit. Diese steht bisher zur Bearbeitung anderer Fragen zur Verfügung. Es scheint mir aber in einem allgemeinbildenden Physikunterricht sinnvoller und damit auch wichtiger zu sein, auf die Behandlung der einen oder der anderen spe-

zielleren Frage zu verzichten, als den Physikunterricht auf zum Teil unverständenen Grundlagen aufzubauen.