

17. Dimensionen und Dimensionszeichen

17.1. An dieser Stelle ist noch einmal auf den Namen "Dimension" einzugehen. - Nach der Norm DIN 1313 unterscheidet sich die «Dimension einer Größe» von der «Größenart ... (auch Art einer Größe genannt)» dadurch, daß bei ihr auch von der «Vektor- oder Tensoreigenschaft» sowie von den «Sachbezügen» abgesehen wird. In den Abschnitten 5 und 6.1 wurde ausgeführt, daß Vektor- und Tensoreigenschaften, die bei Größen, die nur ein Ausmaß haben, von vornherein keine Rolle spielen, und daß ebenso die Sachbindungen für die Definition einer Größe bedeutungslos sind. Inzwischen dürfte klar sein, daß Tensor- und Vektoreigenschaften sowie Sachbindungen auch für die Festlegung der Art einer Größe ohne Bedeutung und damit auch nicht als konstitutiv für die Art einer Größe zu betrachten sind. Unter diesen Umständen sind die Ausdrücke "Dimension einer Größe" und "Art einer Größe" gleichbedeutend, ebenso Ausdrücke wie "dimensionsgleich" und "artgleich". Damit ist einer der zwei jeweils genannten Ausdrücke überflüssig. Da jedermann unmittelbar versteht, daß die Länge eine Größe anderer Art ist als die Masse, aber nicht ebenso unmittelbar, daß sie von anderer «Dimension» sei, plädiere ich für den Wegfall des Wortes "Dimension" in der im Normzitat gemeinten Bedeutung.

17.2. Das Wort "Dimension" wird noch in weiteren Bedeutungen verwendet, und zwar erstens als Name des Basisgrößenpotenzprodukts, auf das eine Größe letztlich «zurückgeführt» werden kann. (Die Norm DIN 1313 nennt dieses Produkt «Dimensionsprodukt oder ... Dimension in bezug auf die Basisdimensionen».) So wird zum Beispiel die Arbeitersatzgröße W auf die Kraftersatzgröße F und die Länge l zurückgeführt ($W = F \cdot l$), dann die Kraftersatzgröße auf die träge Masse m_{tr} und auf die Gleitbeschleunigungsersatzgröße a_G ($W = m_{\text{tr}} \cdot a_G \cdot l$), dann die Gleitbeschleunigungsersatzgröße auf die Gleitgeschwindigkeitsersatzgröße v_G und auf die Dauer t ($W = m_{\text{tr}} \cdot v_G \cdot t^{-1} \cdot l$) und schließlich die Gleitgeschwindigkeitsersatzgröße auf die Gleitweglänge und auf die Dauer t ($W = m_{\text{tr}} \cdot l \cdot t^{-1} \cdot t^{-1} \cdot l$), so daß sich das Basisgrößenpotenzprodukt

$$(17.1) \quad W = l^2 \cdot t^{-2} \cdot m^1$$

ergibt.

Zweitens wird das Wort "Dimension" auch für alle Produkte verwendet, die weniger stark abgeleitet sind, wie das zum Beispiel bei den Produktgrößen der Fall ist, die im Text vor der Gleichung 17.1 stehen. Daß die Arbeitersatzgröße W und die Drehmomentenersatzgröße M die gleiche Dimension (in der Bedeutung "gleiches Basisgrößenpotenzprodukt") haben, zeigt schon die erste Gleichung: Wenn beide Größen auf das Produkt " $F \cdot l$ " zurückgeführt werden können, können beide auch auf das gleiche Basisgrößenpotenzprodukt zurückgeführt werden. Deshalb wird allgemein gesagt, daß die Arbeit und das Drehmoment die (gleiche) "Dimension 'Kraft mal Länge'" haben. - Entsprechendes gilt für die «Dimensionen» aller Größen.

Auch in der Norm DIN 1313 wird gesagt: «Ein Dimensionsprodukt kann auch aus abgeleiteten Dimensionen gebildet werden.»

Nach der Einführung des Wortes "Ersatzgröße" ist das Wort "Dimension" auch in der Bedeutung "Basisgrößenpotenzprodukt" beziehungsweise "Produkt aus Potenzen von Basisgrößen und abgeleiteten Größen" überflüssig. Mußte ich nach dem Abschnitt 6 noch sagen können, daß Arbeit und Drehmoment die gleiche Dimension haben, so kann ich jetzt sagen, daß die Urgrößen "Arbeit W^+ " und "Drehmoment M^+ " durch die gleiche Ersatzgröße ersetzt werden (Abschnitt 15.3) oder daß ihnen die jeweils gleiche Ersatzgröße zugeordnet ist (sei dieses das mathematische Konstrukt " $F \cdot l$ oder das noch stärker abgeleitete Basisgrößenpotenzprodukt " $l^2 \cdot t^{-2} \cdot m_{\text{tr}}$ "). Wir können also den Ausdruck "... haben die gleiche Dimension" durch den Ausdruck

"... haben die gleiche Ersatzgröße" ersetzen.

17.3. Die (gemäß DIN 1313 formulierte) Aussage

$$(17.2) \dim W = \dim F \cdot \dim l = \dim (F \cdot l) = \dim l^2 \cdot t^{-2} \cdot m_{\text{tr}}$$

ist ebenfalls überflüssig. Sie sagt nicht mehr als die Gleichung " $W = F \cdot l = l^2 \cdot t^{-2} \cdot m_{\text{tr}}$ ". Außerdem ist sie unverständlich: Was soll "dim l " bedeuten, falls $\dim l \neq l$ sein sollte? Warum sollte "dim l " verwendet werden, falls $\dim l = l$ ist?

Wenn dem Zeichen "dim" eine verständliche Bedeutung zugeordnet werden kann, dann ist es die Bedeutung "Ersatzgröße". Und dann ist dieses Zeichen nur vor dem Symbol der Urgröße zu verwenden:

$$(17.3) \dim W^+ = F \cdot l = l^2 \cdot t^{-2} \cdot m_{\text{tr}}$$

In Worten: Die Ersatzgröße für die Urgröße "Arbeit W^+ " ist das Produkt "Kraft mal Länge, $F \cdot l$ " beziehungsweise das Produkt " $l^2 \cdot t^{-2} \cdot m_{\text{tr}}$ ".

Vor den Symbolen " F " und " l " (beziehungsweise " l ", " t " und " m_{tr} ") ist das Zeichen "dim" überflüssig und damit irreführend.

Das Zeichen "dim" beizubehalten und ihm eine neue Bedeutung zuzuordnen, wäre wenig sinnvoll. Besser wäre es, für das Wort "Ersatzgröße" ein anderes Zeichen einzuführen, zum Beispiel das Zeichen "EG", und zu schreiben

$$(17.4) \text{EG } W^+ = F \cdot l = l^2 \cdot t^{-2} \cdot m_{\text{tr}}$$

Mit der hier vorgeschlagenen Interpretation ist nicht nur die Schreibung gemäß Gleichung 17.2 überflüssig; es brauchen auch die - in DIN 1313 angeführten - dünnen, serifenlosen Linear-Antiqua-Großbuchstaben nicht geschrieben zu werden ($W = L^2 \cdot T^{-2} \cdot M^1$).

Die beanstandeten Festlegungen erklären nichts, sondern sind im Grunde unverständlich und verschleiern den einfachen Sachverhalt, auf den es - um mit Größen verständlich umgehen zu können - letztlich allein ankommt, nämlich auf die Tatsache, daß wir anstelle vieler Urgrößen mathematische Konstrukte als Ersatzgrößen verwenden. Es ist wichtiger, den Problemen auf den (tatsächlichen) Grund zu gehen, als diese durch Einführen von Vokabeln und Schreibweisen, die letztlich unverständlich bleiben, zu verschleiern und damit Scheinprobleme zu schaffen.

Es ist bezeichnend, daß die Dimensionszeichen in der Praxis so gut wie nie verwendet werden und nur in größentheoretischen Betrachtungen über das Arbeiten mit physikalischen Größen eine (nicht allzu große) Rolle spielen. Wie unsicher man sich aber auch bei diesen Betrachtungen ist, zeigt sich zum Beispiel daran, daß diese Zeichen zum Teil nur für Basisgrößen verwendet, zum Teil aber auch für abgeleitete Größen gefordert werden. - Wie überflüssig diese Zeichen sind, zeigt sich auch daran, daß sie im Vorstehenden nirgends benötigt wurden und daß sie auch im Folgenden niemand vermissen wird.

Damit komme ich zu dem Ergebnis, daß nicht nur die Unterscheidung von «allgemeinen» und «speziellen» Größen überflüssig ist, sondern auch die Unterscheidung von «Größenarten» und «Größendimensionen» sowie die Verwendung besonderer «Dimensionszeichen» neben den Größenzeichen. Es genügt in allen Fällen, allein von Größen - differenziert in Urgrößen und Ersatzgrößen beziehungsweise in Basisgrößen und abgeleitete Größen - zu sprechen, bei den Größen deren Sachbindung zu kennzeichnen und bei Bedarf deren Art hervorzuheben. Als besonderes Symbol ist allein ein Zeichen zur Kennzeichnung der Urgrößen erforderlich, wie zum Beispiel das hier verwendete, auf jeder Schreibmaschine vorhandene Kreuzzeichen. Semantisch wäre es allerdings günstiger, ein anderes Zeichen zu verwenden, weil das Kreuz-

zeichen auch als Pluszeichen (zum Beispiel auch zur Kennzeichnung positiver Ladungen von Ionen) gebraucht wird. (Tatsächlich müßte man für Urgrößen [Raumerfüllung] und zugehörige abgeleitete Größen [Volumen], die ja verschiedenartig sind [$V^+ = k_3 \cdot V$], verschiedene Größensymbole und nicht nur einen unterscheidenden [hochgestellten] Index am jeweils gleichen Größensymbol verwenden.)

Es wäre semantisch wünschenswert, jede Urgröße (gleichgültig ob diese im Kalkül als Basisgröße behandelt oder ob an ihrer Stelle mit einer Ersatzgröße gearbeitet wird) in gleicher Weise zu kennzeichnen und nur die abgeleiteten Größen ohne besondere Zusatzzeichen zu verwenden. Das erforderte aber, daß in allen Gleichungen die Symbole für die Basisgrößen, also zum Beispiel auch das Symbol für die Länge, besonders gekennzeichnet werden müßten. Da das wohl sehr mißlich wäre, kann man auf eine solche Kennzeichnung - wie schon im vorigen Abschnitt erwähnt wurde - mit der folgenden Begründung verzichten: Man weiß ein für alle Mal, welche Größen (in einem bestimmten Größensystem) Basisgrößen sind, und weiß damit auch, daß nur diese physikalisch-phänomenologische Eigenschaften (also Urgrößen) sind und daß alle anderen Größen mathematisch gewonnene Ersatzgrößen sind.

17.4. Das Wort "Dimension" wird noch in einer dritten Bedeutung verwendet. Es ist wörtlich mit "Ausmessung", "Abmessung" oder "Ausmaß" zu übersetzen und bedeutete ursprünglich - wie auch in DIN 1313 angeführt - eine «Abmessung in geometrischem Sinne: eine Linie ist geometrisch eindimensional, eine Fläche geometrisch zweidimensional, ein Körper geometrisch dreidimensional». Da die Bedeutung "Abmessung" beziehungsweise "Ausmaß" der ursprünglichen Wortbedeutung entspricht, werde ich das Wort "Dimension" im Folgenden nur in dieser Bedeutung verwenden (dreidimensionaler Raum, eindimensionale Zeit; Abschnitt 21).