

Klassische Mechanik

Computerunterstützte Materialien zu ausgewählten Kapiteln

Hermann Härtel

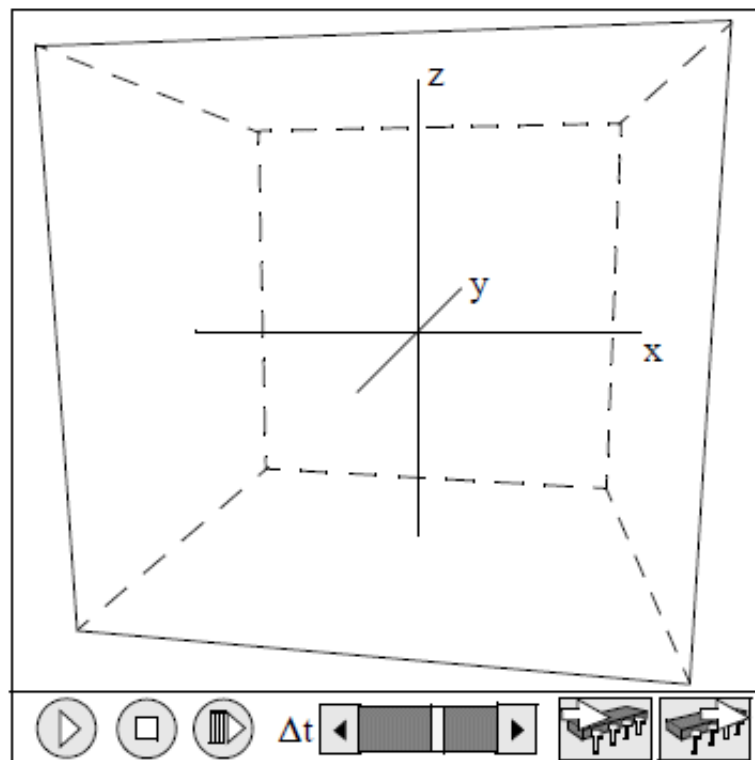
(haertel@astrophysik.uni-kiel.de)

Gastwissenschaftler am

ITAP - Institut für Theoretische Physik und Astrophysik

Universität Kiel

Leibnizstr. 15



Inhaltsverzeichnis

Einleitung	5
Inhalt	5
Zur Behandlung mathematischer Aspekte	5
Zur Integration von Simulation und Experiment	5
Meßwerte und Einheiten	6
Medien	6
Simulationsprogramm Java-xyz	7
Allgemeine Anmerkungen	7
Benutzeroberfläche	7
Rechtwinkliges Koordinatensystem	8
Raumkoordinaten	8
Geschwindigkeit und Beschleunigung	11
Addition und Subtraktion von Geschwindigkeiten	11
Geschwindigkeit im Raum	13
Geschwindigkeit und Bezugssystem	13
Beschleunigung	15
Kraftkonzept	19
Allgemeine Eigenschaften einer Kraft	19
Kraft als Vektor	19
Kraft und Beschleunigung	19
Newtonsche Kraft, Trägheit und das Machsche Prinzip	20
Trägheitskraft	21
Elastische Wechselwirkung und Trägheitskraft	23
Elastische Wechselwirkung - Hooksches Gesetz	23
Kraft und konstante Geschwindigkeit	24
Fallen und Werfen - Gravitationsgesetz	25
Gewicht und Gewichtlosigkeit	25
Gravitationsgesetz	25
Körper im freien Fall	26
Fallstrecke und Falldauer	27
Schwereelosigkeit und Kräftefreiheit - Ein wichtiger Unterschied	28
Senkrechter Wurf	29
Horizontaler Wurf	30
Schiefer Wurf	32
Eine lange, fallende Latte und ein fallender Ball im Vergleich	34
Fall einer elastischen Feder?	35
Konzept des Massenmittelpunkts	37
Kreisbewegungen	39
Zentripetalkraft	39
Kreisende Körper, verbunden durch eine elastische Feder	40
Bewegung von sich anziehenden Körpern	41
Bewegung eines Körpers im Coulombfeld einen Zentralkörper	42
Bewegung eines Planeten im Gravitationsfeld eines Zentralkörpers	43
Fallender Apfel und umlaufender Mond - Ein Vergleich	43
Satellitenbahn und Bahngeschwindigkeit	44

Stoßprozesse und Impulserhaltung	47
Einführung	47
Stoßprozesse mit realistischen Körpern	47
Stoßprozesse mit idealistischen starren Körpern	48
Erhaltung des Impulses	49
Beschleunigung durch Gravitation	51
Wie kann ein Planet einen Satelliten beschleunigen?	51
Erhaltung von Energie und Impuls	52
Beschleunigung eines Satelliten durch einen Planeten	53
Übungen zu Satellitenbahnen	55
Zielsetzung	55
Satellitenbahnen in 3- und 2-dimensionaler Darstellung	55
Bahn der IRS	56
Geostationärer Satellit	56
Molniya Satellit	58
Schwingungen	59
Grundbedingungen	59
Harmonische Schwingung	59
Harmonischer Oszillator -Projektion einer Kreisbewegung	60
Amplitude und Schwingungsdauer	61
Pendelbewegungen	61
Schwingungsdauer und Masse des Pendelkörpers	62
Pendel und Harmonischer Oszillator	63
Pendellänge und Dauer einer Pendelschwingung	63

1. Einleitung

1.1. Inhalt

Die hier vorgestellten Materialien sind eine Weiterentwicklung einer früheren Veröffentlichung, die auf dem Simulationsprogramm xyZET basierte. Dieses Programm erlaubte in einer dreidimensionalen Darstellung die Simulation der Bewegung von Teilchen unter der Einwirkung unterschiedlicher Kräfte.

Das Programm xyZET wurde in C unter UNIX entwickelt und benötigte für ein Windows-Betriebssystem einen X-Server als Hintergrundprogramm. Um diese hinderliche Anforderung zu vermeiden und einen plattformunabhängigen Einsatz zu gewährleisten, wurde eine reduzierte Version von xyZET unter Java rekonstruiert mit dem Namen JavaXYZ (Programmierer: Sasa Divjak).

Dieses Java-Programm hat den Charakter einer Arbeitsumgebung und ermöglicht die Entwicklung eigener Simulationen. Hierzu sind keine Programmierkenntnisse erforderlich, sondern nur die Kenntnis der Benutzerschnittstelle mit den diversen Eingabemöglichkeiten. Zusätzlich zu vorbereiteten Simulationen wurden eine Reihe von computergenerierten Animationen entwickelt um die Lücke zwischen Simulationen und realen Experimenten zu verringern.

Aus dem traditionellen Curriculum wurden diejenigen Themen ausgewählt, bei denen interaktive Simulationen eine verständnis- und motivationsfördernde Rolle spielen können. Für weitere und eher theoriegeladene Themen wird auf Lehrbücher verwiesen.

Liste der ausgewählten Themen

- Geschwindigkeit und Beschleunigung
- Kraft
- Fallende Körper
- Stoß
- Kreisbewegungen
- Schwingungen.

1.2. Zur Behandlung mathematischer Aspekte

Das dargebotene Unterrichts- und Übungsmaterial stellt in mehrerer Hinsicht eine Alternative zur traditionellen Vorgehensweise dar. Ein wesentlicher Gesichtspunkt ist dabei der Versuch, mathematische Anforderungen als Voraussetzung für ein Verständnis physikalischer Konzepte zu vermeiden. Vielmehr sollen die interaktiv zugänglichen Computersimulationen dazu dienen, zur Integration von Physik und Mathematik hinzuführen.

In diesem Sinne werden zunächst keine mathematischen Ableitungen vorgestellt. Vielmehr werden die aus der Theorie bekannten Regeln und Gesetze in der Regel direkt vorgegeben. Durch den Vergleich dieser mathematischen Aussagen mit den Ergebnissen der Simulation sollen die Lernenden zunächst mit diesen Ergebnissen vertraut werden.

1.3. Zur Integration von Simulation und Experiment

Bei der Verwendung der vorgestellten Materialien wird vorausgesetzt, daß Realversuche, wann immer sinnvoll, durchgeführt werden. Eine Simulation besitzt keinerlei Beweiskraft, sondern muß im Zweifelsfall durch das Realexperiment abgesichert werden.

1.4. Meßwerte und Einheiten

Bei einer Messung im Realversuch ist die Angabe von Meßwert und verwendeter Einheit eine unverzichtbare Forderung.

Beim Einsatz einer Simulation, bei der die Computerausgaben in numerischer Form anfallen, ist die Festlegung der verwendeten Einheit prinzipiell frei. In dem verwendeten Simulationsprogramm Java-XYZ liegt die verwendete Längeneinheit auf dem Bildschirm je nach Auflösung im Bereich von 1/10 mm. Unter dieser Längeneinheit kann man sich prinzipiell jede reale Einheit vorstellen. Das gleiche gilt für die anderen numerischen Werte bezüglich Zeit, Kraft, Ladung u.a.

Bevor man numerische Daten verwendet, die am Bildschirm ausgegeben werden, ist somit eine Verabredung über die zu verwendenden Einheiten zu treffen. Um in Übereinstimmung mit dem gängigen Maßsystem zu bleiben, wird beim Arbeiten mit Java-XYZ empfohlen, die Grundeinheiten m, s, kg zu verwenden und für die abgeleiteten Einheiten die üblichen Bezeichnungen wie beispielsweise N oder m/s. Auf dem Bildschirm werden aber keine Bezeichnungen für Einheiten vorgegeben, um den Charakter einer Simulation nicht zu verfälschen.

1.5. Medien

Videos

Die eingefügten Videos sind entweder reine Computeranimationen oder eine Kombination aus Realexperiment und Computeranimation.

Autoren: Jan Paul, Dug Van Dang

2. Simulationsprogramm Java-XYZ

2.1. Allgemeine Anmerkungen

Zur Unterstützung des folgenden Kursmaterials steht ein Simulationsprogramm zur Verfügung, das eine dreidimensionale Darstellung aller Simulationen erlaubt und zwar innerhalb eines Kubus, der gedreht und von allen Seiten betrachtet werden kann.

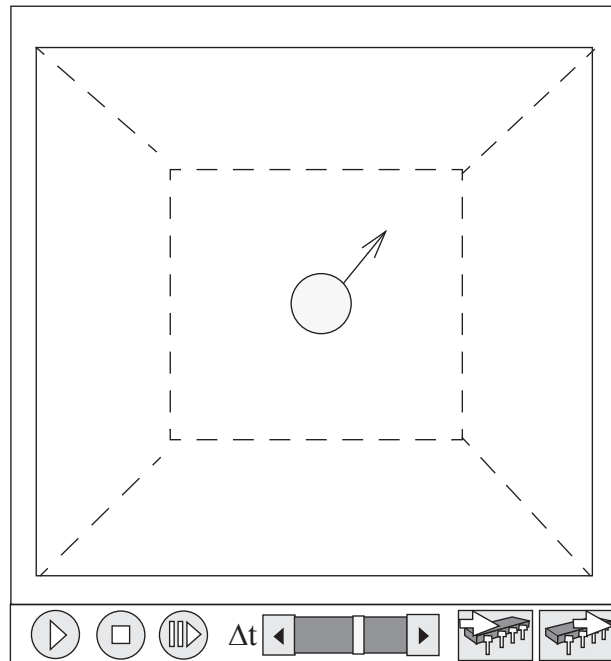


Abb. 2.1.: Hauptsimulationfenster mit Kontrollfeldern

Das Programm kann unter




http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/index_e.htm

heruntergeladen werden



2.2. Benutzeroberfläche

Der Kubus mit seinem Inhalt kann rotiert werden, in dem der Kubus mit der linken Maustaste angeklickt und die Maus bei gedrückter Taste bewegt wird.

Wird zusätzlich die Shift-Taste gedrückt, so kann der Kubus verschoben werden. Mit der gedrückten Steuerungstaste (CTRL) wird eine Zoomfunktion aktiviert.

Mit Hilfe der beiden Start- und Stoptasten   kann eine geladene Simulation gestartet bzw. gestoppt werden. Um die Simulation um einen einzelnen Zeitschritt weiterzuführen, muß die Schritttaste  aktiviert werden.

Mit Hilfe des Δt -Schiebers kann die Ablaufgeschwindigkeit der Simulation gesteuert werden.

Durch Anklicken der Speichertaste  wird eine vorliegende Situation zwischengespeichert, die durch Aktivierung der Rücktaste  wieder geladen und auf dem Bildschirm angezeigt wird.

2.3. Rechtwinkliges Koordinatensystem

Reihenfolge der Achsen

Innerhalb des Kubus von javaXYZ dient ein rechtwinkliges Koordinatensystem dazu, Positionen und Richtungen festzulegen.

Die Reihenfolge der Achsen ist auf Grund einer allgemein anerkannten Konvention durch die so genannte „Rechte-Hand“-Regel festgelegt. Bei der rechten Hand zeigt der Daumen in die x-Richtung und Zeigefinger und Mittelfinger in die y- bzw. z-Richtung.

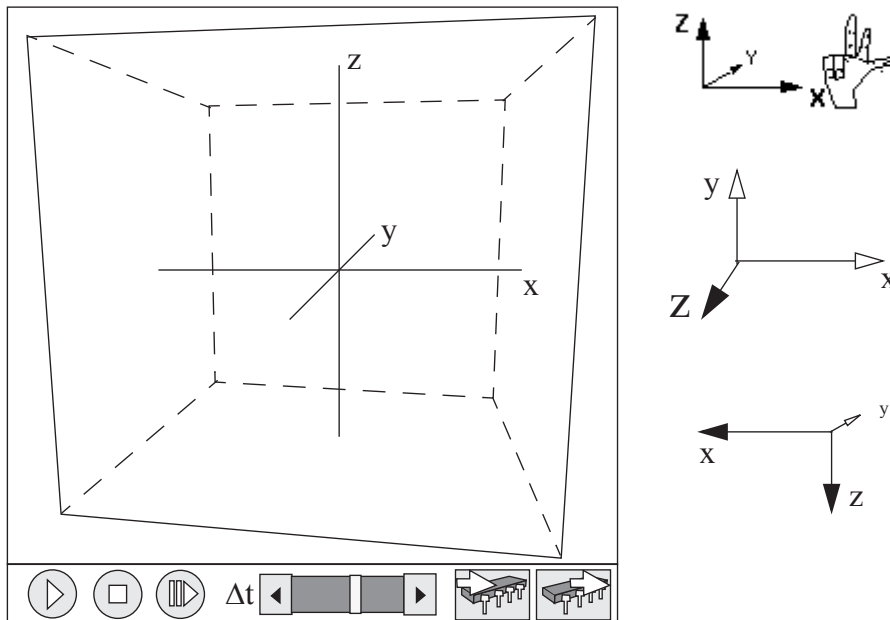


Abb. 2.2.: xyz-Achsen unter verschiedenen Blickwinkeln

Die drei Abbildungen rechts sollen verdeutlichen, daß jede Lage des Koordinatensystem gleichwertig ist, solange diese Reihenfolge eingehalten wird.

Als Standardposition von Java-xyz wurde die oben dargestellte Position ausgewählt. Hierbei zeigt die positive Orientierung der x-Achse nach rechts, die positive Orientierung der y-Achse nach hinten und die positive Orientierung der z-Achse nach oben.

2.4. Raumkoordinaten

Längeneinheiten

Die Länge der x-, y- und z-Achse vom Ursprung des Koordinatensystems bis zu den Wänden des Kubus ist in 1000 Einheiten eingeteilt. Somit beträgt die Kantenlänge des Kubus 2000 Einheiten.

Die aktuelle Länge dieser XYZ-Einheit auf dem Bildschirm entspricht etwa 1/10 mm. Da es sich bei dem Programm um eine Simulation handelt, kann man sich unter dieser Einheit auch eine größere Länge, z.B. 1 mm, vorstellen. Der Kubus würde dann ein würfelförmiges Volumen mit einer Kantenlänge von 2m repräsentieren.

Positionen

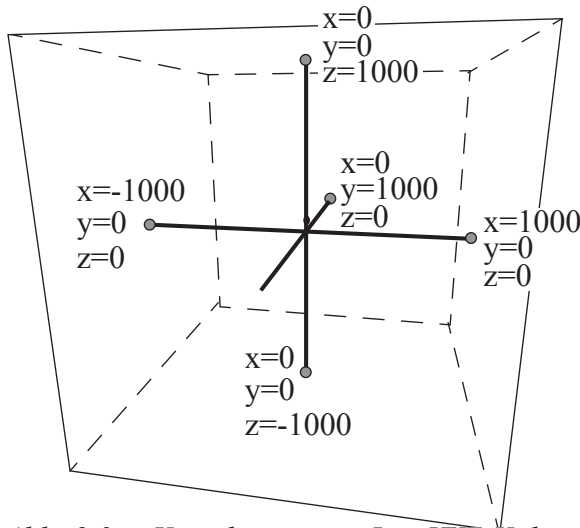


Abb. 2.3.: Koordinaten im JavaXYZ-Kubus

Ausgehend von einem rechtwinkligen, dreidimensionalen Koordinatensystem kann man jede Position P im Raum mit Hilfe von drei Zahlen, den so genannten Koordinaten, festlegen. Dabei muß allerdings die Reihenfolge x, y, z eingehalten werden. Außerdem wird vorausgesetzt, daß zur Festlegung der jeweils positiven Orientierungen die Rechte-Hand-Regel zugrunde gelegt wird.

Eine spezielle Position innerhalb dieses Kubus wird somit durch drei Zahlen, den x-, y- und z-Koordinaten angegeben und zwar in dieser Reihenfolge.

Beispiel:

$P(1000, -1000, 1000)$ kennzeichnet die obere, rechte Ecke auf der Vorderseite des Kubus.

Zur Übung wird empfohlen, sich in Gedanken vorzustellen, wo sich Teilchen mit folgenden Positionen innerhalb des XYZ-Kubus befinden.

$P(1000, 0, 0)$; $P(1000; 1000; 1000)$; $P(-1000; 0; 0)$; $P(-500; -500; -500)$;

$P(+500; +500; +500)$

Anschließend können Teilchen entsprechend gesetzt werden, um die eigenen Vorstellungen zu überprüfen.

Zur Benutzerschnittstelle

Um ein Teilchen zu setzen gibt es zwei Möglichkeiten. Zum einen bietet das Fenster "Teilchen setzen und verwalten" (bei A zu öffnen) die Möglichkeit, die Art des zu setzenden Teilchens auszuwählen, und die gewünschte Position numerisch einzugeben. Nach jeder numerischen Eingabe muß die "Eingabe" Taste betätigt werden.

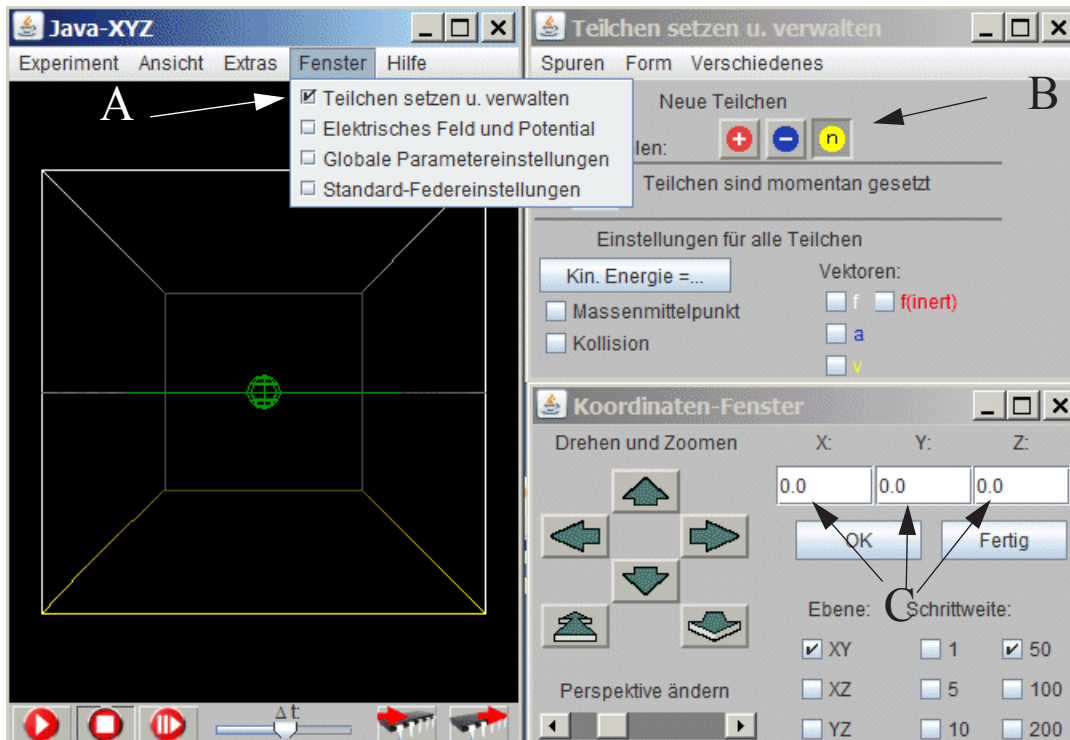


Abb. 2.4.: Zum Setzen eines Teilchens muß das Fenster "Teilchen setzen und verwalten" geöffnet (A) und die Art des gewünschten Teilchens dort ausgewählt werden (B). In dem "Koordinaten Fenster" können die gewünschten Koordinaten numerisch eingegeben oder durch Aktivieren der grünen Tasten bestimmt werden

Die zweite Möglichkeit besteht darin, die Position eines schon gesetzten Teilchens in dem Fenster "Teilchen Inspektor" zu verändern. Letzteres Fenster wird geöffnet, in dem das Teilchen mit der rechten Maustaste angeklickt und das sich öffnende Untermenü "Teilchen-Inspektor" mit der linken Maustaste angewählt wird.

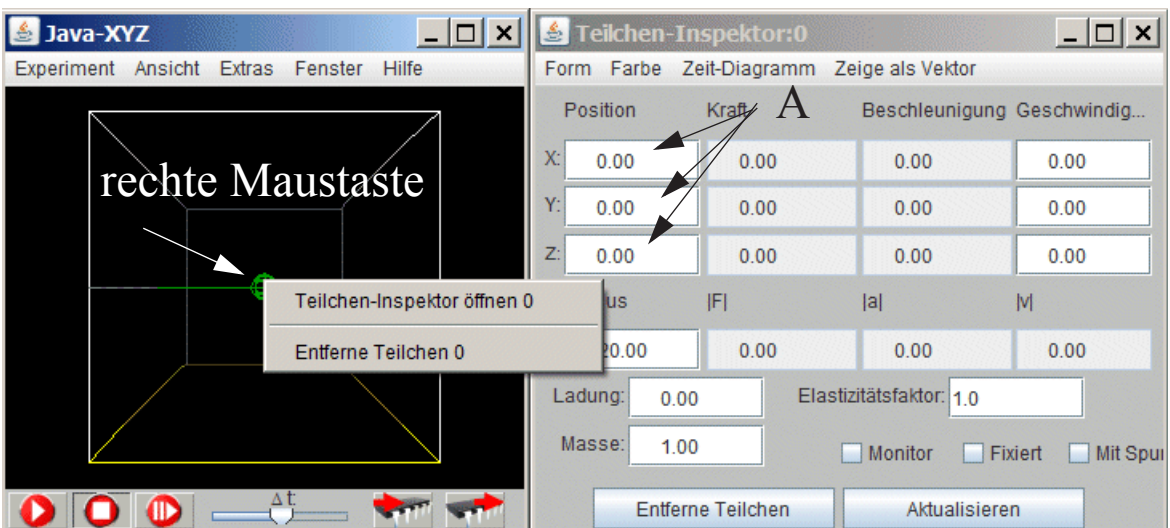


Abb. 2.5.: XYZ-Kubus mit dem Fenster "Teilchen Inspektor" zur numerischen Eingaben der Position von schon gesetzten Teilchen

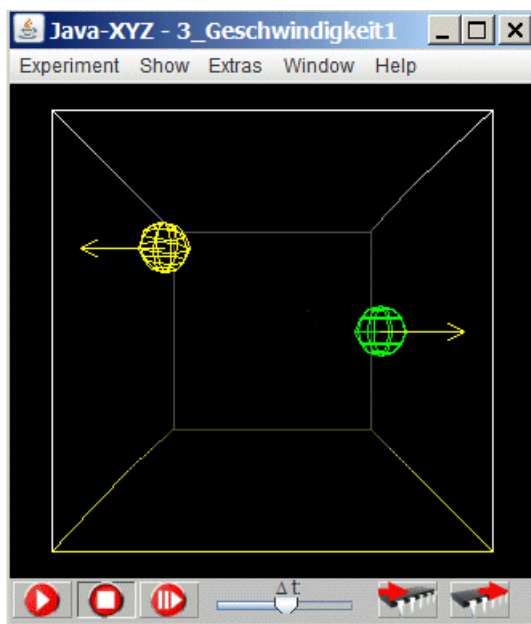
3. Geschwindigkeit und Beschleunigung

3.1. Addition und Subtraktion von Geschwindigkeiten

Einige physikalische Größen wie Geschwindigkeit, Kraft u.a. haben nicht nur einen Betrag sondern stets auch eine Richtung. Solche Größen nennt man Vektoren.

Ist eine Geschwindigkeit an eine bestimmte Richtung gebunden, wie in der folgenden Simulation, so kann sie zwei Orientierungen aufweisen und zwar entweder nach rechts oder links, nach oben oder unten o.a.

In der Physik und Mathematik gilt die Konvention, solche Orientierung als positiv (+) und negativ (-) zu kennzeichnen. Diese Kennzeichnung ist nicht gleichzusetzen mit den mathematischen Operationen der Addition (+) und Subtraktion (-), auch wenn gleich aussehen.



Wird eine Geschwindigkeit als $+v$ gekennzeichnet, so sollte sie als positiv orientierte Geschwindigkeit benannt werden. Die Kurzform "positive Geschwindigkeit" kann bei Anfängern zu Lernschwierigkeiten führen. Es gibt keine positiven oder negativen Geschwindigkeiten, sondern nur positiv oder negativ orientierte Geschwindigkeiten und dies nur in Bezug auf eine vorgegebene Richtung.

Falls solche Geschwindigkeiten addiert oder subtrahiert werden sollen, so gelten folgende Regeln:

Abb. 3.1. Simulation "3-Geschwindigkeit"

- Die Addition einer negativ orientierten Geschwindigkeit ist gleichbedeutend mit der Subtraktion einer positiv orientierten Geschwindigkeit $+(-)v = -(+)v$
- Die Subtraktion einer negativ orientierten Geschwindigkeit ist gleichbedeutend mit der Addition einer positiv orientierten Geschwindigkeit $-(-)v = (+)v$
- Die anzuwendende Regel ist die gleiche wie bei der Addition und Subtraktion positiver oder negativer Zahlen.

Zur Benutzerschnittstelle

Die folgende Abbildung zeigt, wie der Betrag einer Geschwindigkeit festgestellt oder verändert werden kann. Dies geschieht durch die numerische Eingabe der drei Geschwindigkeitskomponenten v_x, v_y, v_z an den mit A gekennzeichneten Stellen im "Teilchen Inspektor"-Fenster".



Abb. 3.2.: Eingabe der Geschwindigkeitskomponenten und Visualisierung der Geschwindigkeit als Vektorpfeil im "Teilchen Inspektor" Fenster

Die Geschwindigkeit kann als Pfeil - Symbol für einen Vektor - sichtbar gemacht werden. Diese Funktionalität wird im "Teilchen Inspektor" Fenster (bei B) aktiviert und gilt für die Geschwindigkeit des ausgewählte Teilchens.

Die Visualisierung der Geschwindigkeit für alle im XYZ-Kubus befindlichen Teilchen erfolgt im Fenster "Teilchen setzen und verwalten" (bei C). Die Skalierung des Geschwindigkeitsvektors erfolgt im Fenster "Globale Parameterstellungen" (Abb, 3.2 bei D)

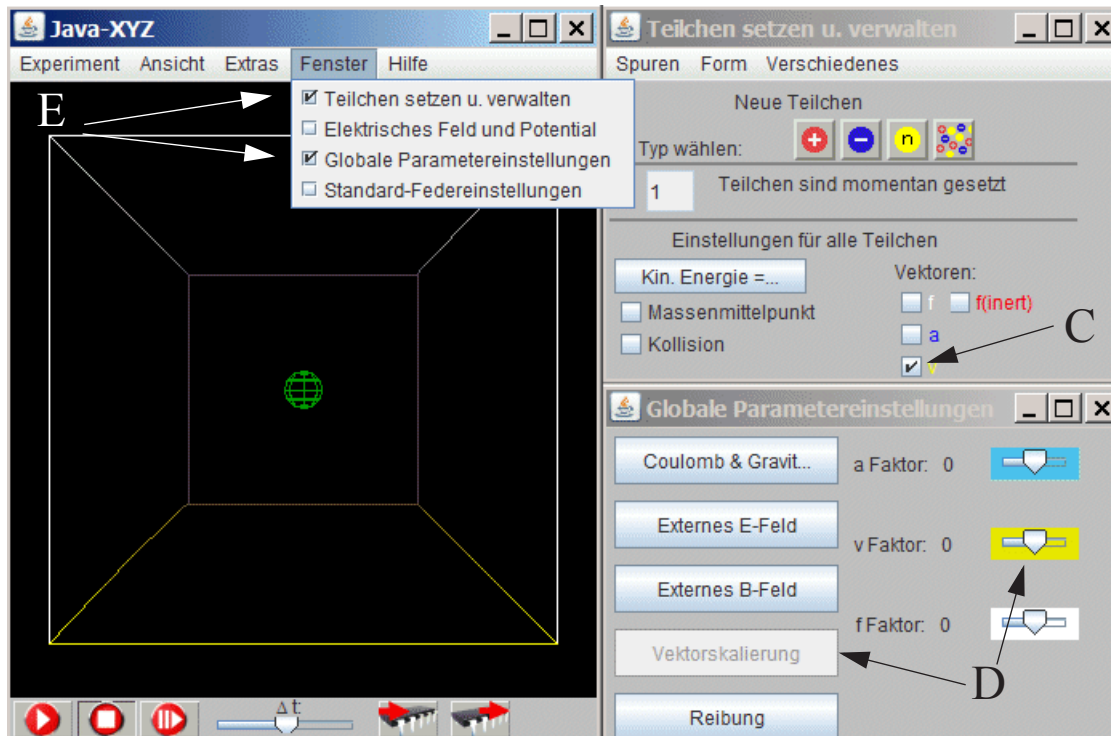


Abb. 3.3.: Visualisierung einer Geschwindigkeit als Vektorpfeil und Skalierung des Vektors

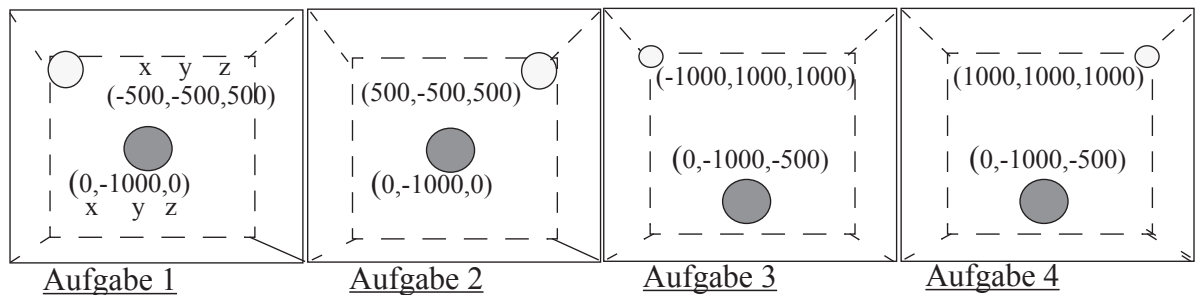
Die beiden letztgenannten Fenster werden aus dem Untermenü der Menuezeile oberhalb des XYZ-Kubus aufgerufen. (Abb.3.3. bei E)

3.2. Geschwindigkeit im Raum

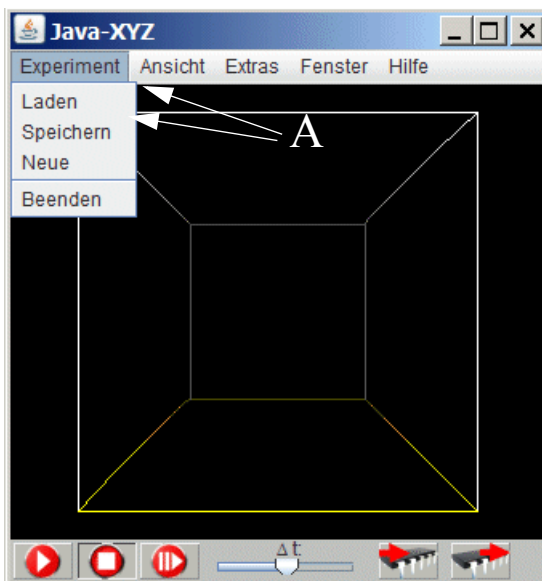
Eine Geschwindigkeit mit einer beliebigen Richtung im Raum kann in so genannte x-, y- und z-Komponenten eines rechtwinkligen Koordinatensystems zerlegt werden.

Diese Komponenten können zwei Orientierungen aufweisen, die als positiv oder negativ bezeichnet werden.

Die vorbereiteten Aufgaben 1 bis 4 dienen zur Einübung in den Gebrauch von Raumkoordinaten und Geschwindigkeitskomponenten. Es gilt jeweils, die Geschwindigkeitskomponenten des vorderen Teilchens derart einzustellen, dass das im Hintergrund vorhandene Teilchen zentral getroffen wird.



Zur Erinnerung: Der Kubus lässt sich drehen durch Anklicken und Bewegen der Maus mit gedrückter, linker Maustaste.



Die Aufgaben können entweder selbst hergestellt oder als vorbereitete Aufgaben geladen werden unter 3-Aufgabe1 bis 3-Aufgabe4.

Zur Benutzerschnittstelle

Vorbereite Aufgaben oder allgemein Dateien sind über das Untermenue "Experiment" in der Menuezeile des XYZ-Kubus zugänglich (Abb.3.4 bei A). Dort sind auch Lösungen zu den Aufgaben zu finden.

Abb. 3.4.Laden von vorbereiteten Simulationen

3.3. Geschwindigkeit und Bezugssystem

Ruhe und Bewegung

Die beiden Zustände „in Ruhe sein“ und „in Bewegung sein“ gelten im täglichen Leben selbstverständlich als unterschiedlich. Diese Selbstverständlichkeit wurde erstmalig im 17.Jahrhundert von Galilei und Newton in Frage gestellt.

Es gibt im gesamten Kosmos keinen Ort, von dem man sagen kann, er sei in Ruhe. Die Erde rotiert um ihre Polachse und kreist um die Sonne, die Sonne bewegt sich innerhalb der Milchstraße, usw.

Was so deutlich als Ruhe wahrgenommen, wird ist somit nur relativ. Es ist nur möglich, einen Ort als in Ruhe oder in Bewegung zu kennzeichnen, wenn ein Bezugssystem angegeben wird.

Die Bedeutung eines solchen Bezugssystems kann beispielhaft aufgezeigt werden, wenn die Bewegung eines Planeten beschrieben werden soll.

Bewegung des Planeten Mars aus geozentrischer und heliozentrischer Perspektive

Um die Rückläufigkeit der Planeten zu verstehen, müssen die geozentrische und heliozentrische Perspektive gedanklich in Übereinstimmung gebracht werden. Um diese mentale Anforderung zu unterstützen, zeigt das Video am Beispiel des Planeten Mars Bilder aus diesen beiden Perspektiven mit kontinuierlichen Übergängen.



Abb. 3.5.: Video zur Rückläufigkeit des Planeten Mars
(http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/mars_dt.htm)

Zum besseren Verständnis mag es hilfreich sein, die Bahn von Erde und Mars wie folgt zu vereinfachen.

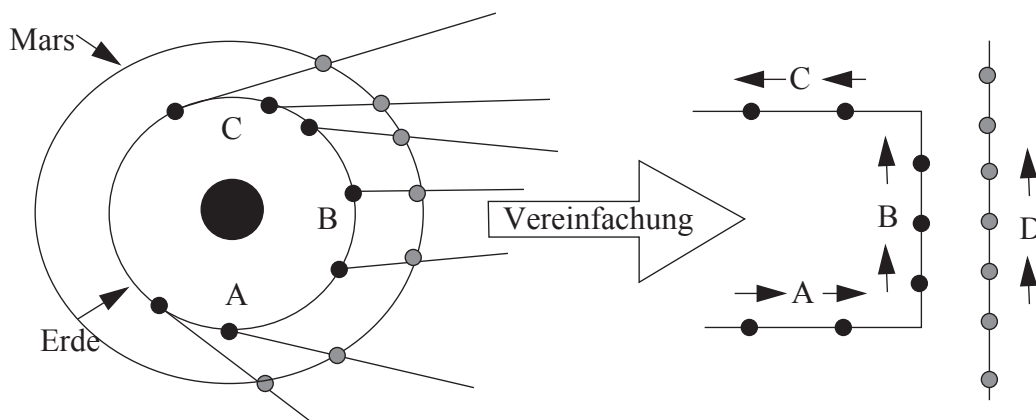


Abb. 3.6.: Vereinfachende Darstellung der Bahnen von Erde und Mars

Die kreisförmige Bahn der Erde wird zu den geraden Streckenabschnitten A-B-C vereinfacht, während die Bahn von Mars als gerade Strecke D dargestellt wird.

Von der Erde auf der Strecke A aus gesehen bewegt sich Mars offensichtlich nach links. Da sich die Erde schneller bewegt als Mars und ihn auf der Strecke B überholt, scheint Mars sich von der Erde aus betrachtet nach rechts zu bewegen. Auf der Strecke C scheint Mars sich, von der Erde aus betrachtet, wieder nach links zu bewegen.

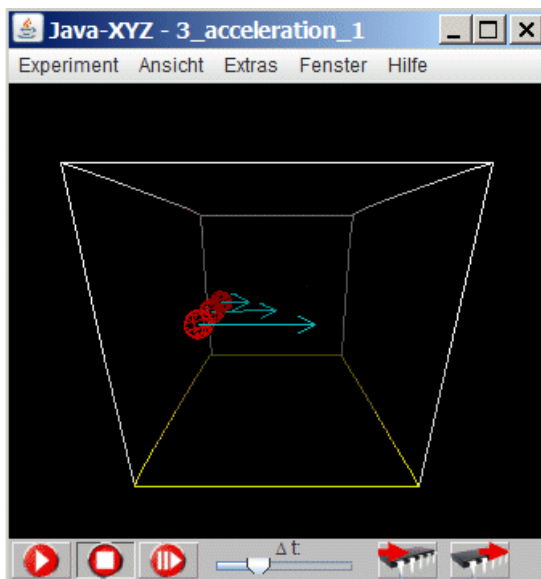
3.4. Beschleunigung

Im täglichen Leben wird eine Bewegung nur dann als beschleunigt bezeichnet, wenn sich ihre Geschwindigkeit erhöht. In der Physik hat dagegen der Begriff „Beschleunigung“ eine allgemeinere Bedeutung.

Wann immer sich die Geschwindigkeit eines Körpers ändert, sei es, daß sie größer oder kleiner wird oder daß sich ihre Richtung ändert, spricht man in der Physik von einer beschleunigten Bewegung.

Definition

Ändert sich die Geschwindigkeit eines Körpers innerhalb einer bestimmten Zeitdauer Δt von v_1 nach v_2 so ist die Bewegung beschleunigt.



Die Beschleunigung eines Körpers ist um so größer, je größer die Differenz $v_2 - v_1$ für ein bestimmtes Δt ist. In mathematischer Sprache bedeutet dies: $a \sim v_2 - v_1$

Die Beschleunigung eines Körpers ist um so kleiner, je größer die Differenz $\Delta t = t_2 - t_1$ ist, um die gleich Geschwindigkeitsdifferenz $v_2 - v_1$ zu erreichen. In mathematischer Sprache bedeutet dies: $a \sim 1/(t_2 - t_1)$

Dies führt zu der Definition der Beschleunigung: $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = v_2 - v_1 / t_2 - t_1$

Abb. 3.7. Simulation "3-Beschleunigung1"

Die Teilchen in der vorbereiteten Simulation "3-Beschleunigung1" bewegen sich mit unterschiedlicher Beschleunigung. Dies läßt sich überprüfen, in dem die Simulation nach einem kurzen Durchlauf gestoppt und die entsprechenden Geschwindigkeitskomponenten v_x bestimmt werden.

Beschleunigung als Vektor

Die physikalische Größe „Beschleunigung“ ist ein Vektor. Dies bedeutet, dass sie stets eine Richtung im Raum hat und in Komponenten längs den drei Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems zerlegt werden kann.

Für eine vorgegebene Richtung kann die Beschleunigung zwei Orientierungen aufweisen, die als positiv oder negativ bezeichnet werden.

Diese Bezeichnungen werden oft mit „schneller werden“ oder „langsamer werden“ gleichgesetzt. Die ist im physikalischen Sprachgebrauch jedoch nicht korrekt. Eine Bewegung mit negativ orientierter Beschleunigung kann sowohl langsamer als auch schneller werden.

Die vorbereitete Simulation "3_Beschleunigung2" kann helfen, diesen Sachverhalt verständlich zu machen.

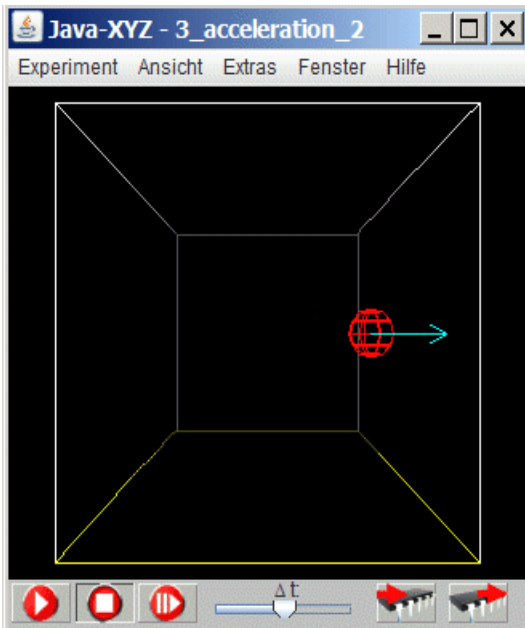


Abb. 3.8. Simulation "3-Beschleunigung2"

Anmerkung:

Die Beschleunigung während des Stoßes mit den Kubuswänden wird nicht gezeigt.

Zur Benutzerschnittstelle:

Die Größe und Orientierung der Beschleunigung kann in dem "Teilchen Inspektor" Fenster durch Änderung der Ladung des Teilchens eingestellt werden.



Abb. 3.9.: Änderung und Polarität der Ladung eines ausgewählten Teilchens

Eine zweite Möglichkeit der Änderung der Beschleunigung besteht in einer Änderung der Stärke des elektrischen Feldes (siehe Abb. 3.10)

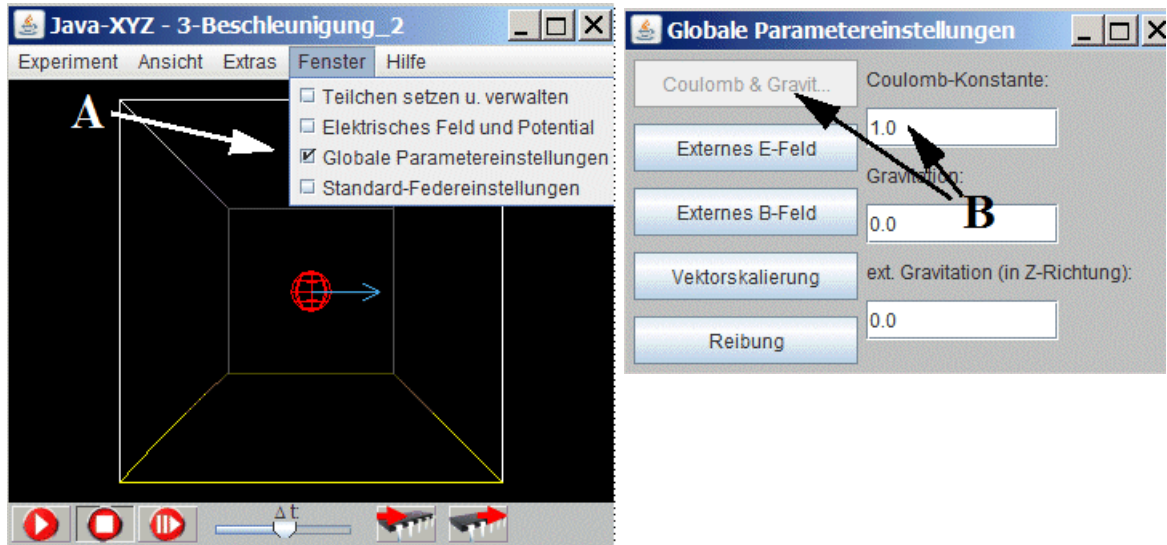


Abb. 3.10.: Einstellung oder Änderung einer simulierten elektrischen Feldstärke im Fenster "Globale Parametereinstellungen"

Ergebnis

Die Orientierung der Beschleunigung - entweder positiv oder negativ - ist nicht gleichbedeutend mit einer schneller oder langsamer werdenden Geschwindigkeit.

Bei beiden Orientierungen kann die Geschwindigkeit größer oder kleiner werden.

Entscheidend ist nur, in welchem Sinn sich die Geschwindigkeit ändert. Ändert sich die Geschwindigkeit in Richtung positiver Werte, so ist die Beschleunigung positiv orientiert und umgekehrt.

Mathematisch gesprochen heißt dies:

Beschleunigung mit positiver Orientierung: $(v_2 - v_1 > 0)$,

Beschleunigung mit negativer Orientierung: $(v_2 - v_1 < 0)$

4. Kraftkonzept

4.1. Allgemeine Eigenschaften einer Kraft

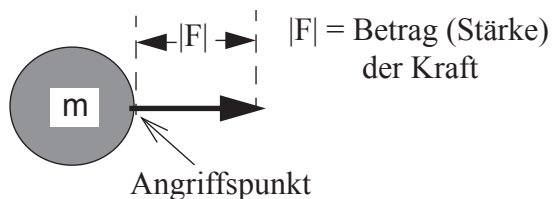
Im Alltag wird der Kraftbegriff in unterschiedlichen Zusammenhängen gebraucht. Jemand hat Kraft, verliert Kraft und ermüdet, schreitet kraftvoll daher u.ä.

In der Physik wird der Kraftbegriff seit Newton in einem klar definierten Sinn gebraucht, um mechanische Vorgänge zu beschreiben und zu verstehen.

Eine so genannte Newtonsche Kraft besitzt im physikalischen Verständnis die folgenden Eigenschaften:

- Eine Kraft gilt als Ursache von Veränderungen, sei es hinsichtlich der Bewegung von Körpern oder hinsichtlich ihrer Form oder ihres Volumens.
- Eine Kraft ist immer das Resultat einer Wechselwirkung zwischen mindestens zwei Körpern. Hieraus folgt, daß eine Kraft niemals allein vorhanden sein, sondern nur paarweise auftreten kann. Diese paarweise auftretenden Kräfte haben stets den gleichen Betrag aber die entgegengesetzte Orientierung.
- Eine Kraft hat neben ihrem Betrag stets eine Richtung mit zwei möglichen Orientierungen, die üblicherweise als positiv oder negativ bezeichnet werden.
- Eine Kraft hat einen Angriffspunkt.

4.2. Kraft als Vektor



Jede Kraft hat zwei Eigenschaften: einen Betrag und eine Richtung. Eine physikalische Größe mit diesen Eigenschaften ist ein Vektor. Ein solcher Vektor wird als Pfeil bildlich dargestellt.

4.3. Kraft und Beschleunigung



Die vorbereitete Simulation "4-kraft" zeigt in Übereinstimmung mit entsprechenden Experimenten die Wirkung einer Kraft auf die Bewegung eines Körper

In der genannten Simulation wird die Kraft simuliert durch die Einwirkung eines elektrischen Feldes in x-Richtung auf ein geladenes Teilchen.

Die Pfeile kennzeichnen die einwirkende Kraft (weiß) und die resultierende Beschleunigung (blau). Die Art der Ladung eines Teilchens (positiv oder negativ) und ihre Größe kann in dem Fenster "Teilchen Inspektor" numerisch eingegeben werden (Abb. 4.4.)

Abb. 4.1. Simulation "4-Kraft" -
Bewegung mit konstanter Beschleunigung

Wie die Simulation eines elektrischen Feldes ermöglicht wird, wird später erläutert.

Wird die Masse m des Teilchens (im "Teilchen Inspektor" Fenster) geändert, so zeigt die Simulation in Übereinstimmung mit der Realität, dass zwischen m und a eine inverse Proportionalität besteht. Wird die Masse verdoppelt, so wird die Beschleunigung halbiert und umgekehrt. Diese Beziehung gilt allgemein und leuchtet auch intuitiv ein: Je mehr Masse ein Körper besitzt, desto schwerer ist er bei Anwendung einer gleich großen Kraft in Bewegung zu setzen.

Mathematisch betrachtet folgt aus einer solchen inversen Beziehung, dass das Produkt von Masse m und Beschleunigung a konstant ist ($m \cdot v = \text{konstant}$).

Das hier gezeigte Verhalten wird durch die im nächsten Abschnitt behandelten Newtonschen Gesetze beschrieben.

4.4. Newtonsche Kraft, Trägheit und das Machsche Prinzip

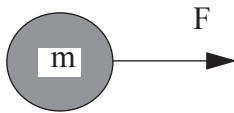
2. Newtonsches Gesetz

Die im vorangegangenen Kapitel aufgestellte Aussage, dass das Produkt von Masse und Beschleunigung bei Einwirkung einer konstanten Kraft konstant ist, wurde experimentell als universell gültig ($m \cdot v = \text{konstant}$) erwiesen, zumindest in all den Fällen, in denen keine extrem hohe Geschwindigkeiten vorkommen.

In der Physik wird das Produkt $m \cdot v$ definiert als Maß einer Kraft. Dies führt zu dem im 17. Jahrhundert von Isaac Newton aufgestellten Gesetz

$$F = m a$$

- F = Summe aller einwirkenden Kräfte
- m = träge Masse
- a = Beschleunigung



In fast allen Lehrbüchern der Physik wird eine solche Situation durch einen einzelnen Vektorpfeil F dargestellt, der an einem Körper der Masse m angreift.

Die tägliche Erfahrung lehrt, daß ein Körper, dessen Geschwindigkeit vergrößert oder verkleinert werden soll, dieser Änderung einen Widerstand entgegensetzt.

Dieses Widerstandsverhalten wird in der Physik als Trägheit oder träge Masse m bezeichnet und gilt als eine Eigenschaft der Materie.

Als Eigenschaft eines materiellen Körpers kann dieses Widerstandsverhalten jedoch keine Newtonsche Kraft sein, denn eine Newtonsche Kraft ist nur denkbar als Wechselwirkung zweier oder mehrerer Körper. Für die Trägheit als Eigenschaft eines einzelnen Körpers fehlt der wechselwirkende Partner und deshalb wird in traditionellen Lehrbüchern der Physik die Trägheit nicht als Kraft angesehen und somit nicht als Vektor dargestellt. Außerdem kann die Trägheit niemals einen anderen Körper beschleunigen, sie macht sich nur bemerkbar als Reaktion auf eine Beschleunigung. Sie ist also keine Newtonsche Kraft

Machsches Prinzip

Es gibt eine Ausnahme, die auf den Beginn des 20. Jahrhunderts zurückgeht. Zu dieser Zeit verkündete der deutsche Physiker Ernst Mach einige Prinzipien über allgemeine Relativität und äußerte die Idee, daß ein Zusammenhang zwischen der Trägheit eines materiellen Körpers hier auf der Erde und der Masse aller Sterne im Weltraum existieren könnte.

„Die Masse dort beeinflusst die Trägheit hier“ lautete sein Motto.

Diese Idee ist bis heute weder experimentell bewiesen noch widerlegt worden und bleibt somit spekulativ. Sie eröffnet jedoch die spekulative Möglichkeit für die Existenz eines

Wechselwirkungspartners für die Trägheit und macht es somit leichter, das Widerstandsverhalten als eine reale Kraft zu begreifen.

In den folgenden Materialien wird diese Idee der Trägheit als reale Kraft übernommen und in der folgenden Form dargestellt.

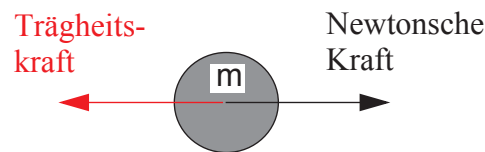


Abb. 4.2.: Visualisierung einer Newtonschen Kraft und einer gleich großen und entgegengesetzt orientierten Trägheitskraft als einer Beschleunigungs-Reaktionskraft.

Bei diesem Vorgehen muß beachtet werden, daß eine Trägheitskraft zwar real ist, aber nicht mit einer Newtonschen Kraft gleichgesetzt werden darf. Letztere kann an einem Körper angreifen und ihn beschleunigen, erstere nicht.

Eine Trägheitskraft ist eine Beschleunigungs-Reaktionskraft, die nur während eines Beschleunigungsvorganges auftritt. Sie kann nicht an einem Körper angreifen und ihn beschleunigen. Wenn jedoch eine Newtonschen Kraft an einem Körper angreift, macht die Trägheitskraft eine Beschleunigung möglich. Sie bietet den erforderlichen Widerstand, ohne den die Newtonsche Kraft auf ein Nichts, eine Art leeren Raum einwirken müßte.

Die folgenden Simulationen zeigen verschiedene beschleunigte Bewegungen und bieten die Möglichkeit, jeweils sowohl die Newtonschen als auch die Trägheitskräfte unabhängig von einander anzeigen zu lassen.

4.5. Trägheitskraft

Mit dem Konzept der Trägheit als einer Beschleunigungs-Reaktionskraft läßt sich die dynamische Situation, in der ein Körper durch eine Newtonsche Kraft beschleunigt wird, interpretieren als ein Gleichgewicht zweier Kräfte, einer Newtonschen Kraft und einer Trägheitskraft - einer Beschleunigungs-Reaktionskraft.

Beide Kräfte lassen sich unabhängig von einander als Vektorpfeile ein- bzw. ausblenden.

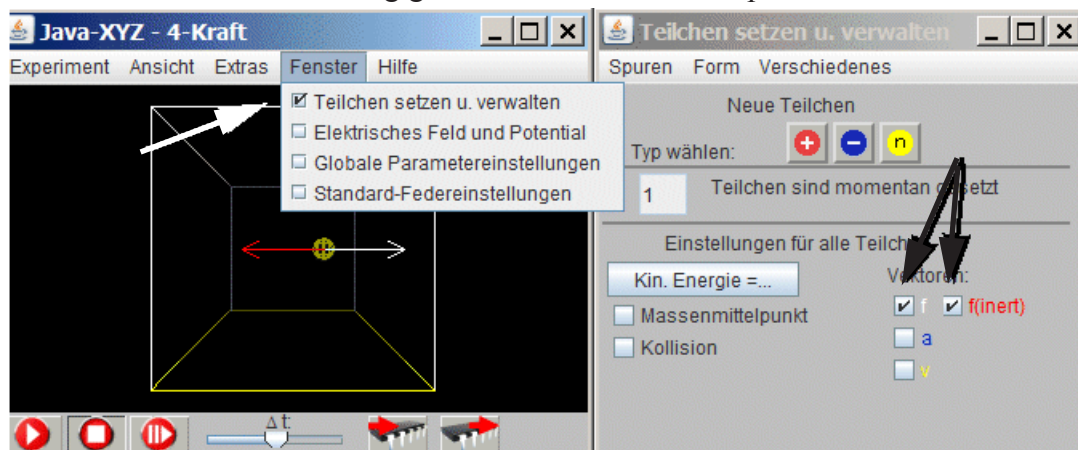


Abb. 4.3.: Simulation "4-Kraft-Trägheit".

Die Visualisierung von einwirkender Newtonschen Kraft und Trägheitskraft erfolgt im Fenster "Teilchen setzen und verwalten", gültig für alle Teilchen.

Die Visualisierung dieser beiden Kräfte kann auch in dem Fenster "Teilchen setzen und verwalten" initiiert werden, allerdings nur gültig für das ausgewählte Teilchen. .

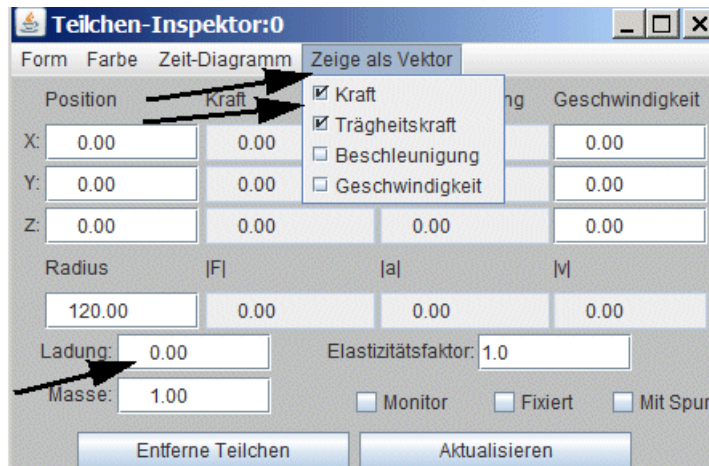


Abb. 4.4.: <Visualisierung einer Newtonischen und einer Trägheitskraft, wirksam nur für das ausgewählte Teilchen

Wie oben schon erwähnt kann eine beschleunigte Bewegung aufgefaßt werden als ein Gleichgewicht zwischen einer einwirkenden Newtonschen Kraft und einer Trägheitskraft als Beschleunigungs-Reaktionskraft. Diese Beschreibung einer solchen Bewegung gilt unabhängig von der Masse des Körpers.

Die Übereinstimmung der Simulation mit dieser Aussage läßt sich durch Änderung der Masse oder der Stärke des elektrischen Feldes überprüfen.

Mathematische Beschreibung

Gegeben sei ein Körper der Masse m , an den eine Newtonschen Kraft F angreift und eine Beschleunigung a bewirkt.

Mit dem Konzept von der Trägheit als einer Beschleunigungs-Reaktionskraft gilt für diesen Vorgang in mathematischer Form:

$$F_{\text{Newton}} = - F_{\text{Trägheit}}$$

Es gilt: $F_{\text{Newton}} = m a$ (2. Newtonsches Gesetz)

Daraus folgt: $F_{\text{Trägheit}} = - m a$;

Die Gleichung $F_{\text{Newton}} = - F_{\text{Trägheit}}$ entspricht einem Gleichgewicht, darf aber nicht mit einer statischen oder stationären Situation gleichgesetzt werden, in der zwei Newtonsche Kräfte an einem Körper angreifen.

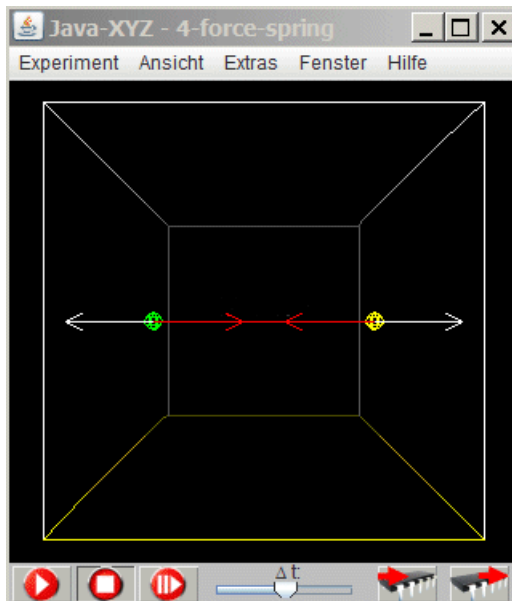
Ist in einem solchen Gleichgewichtsfall die Summe aller angreifenden Newtonschen Kräfte gleich Null, so bleibt der Körper in Ruhe oder bewegt sich gleichförmig geradlinig (1. Newtonsches Gesetz).

Ein Gleichgewicht zwischen einer Newtonschen Kraft und einer Trägheitskraft existiert nur **während des Vorganges der Beschleunigung**.

Mit dem Konzept von der Trägheit als einer Beschleunigungs-Reaktionskraft gilt die einfache Merkregel:

Sowohl im statischen oder stationären als auch im dynamischen Fall gilt immer ein Gleichgewicht und zwar entweder zwischen Newtonschen Kräften oder zwischen einer Newtonschen und einer Trägheitskraft.

4.6. Elastische Wechselwirkung und Trägheitskraft



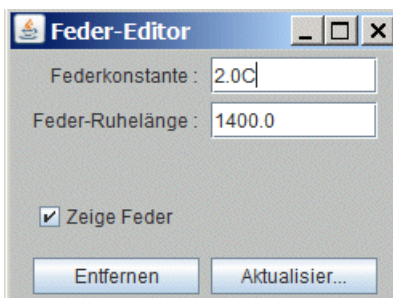
Die vorgegebene Simulation "4-Kraft-Feder" stellt die Bewegung zweier Körper dar, die durch eine elastische Feder miteinander verbunden sind. Wiederum kann das Gleichgewicht zwischen den durch die Feder aufgebracht Kräften und den Trägheitskräften dargestellt werden.

In jedem Augenblick ist die Trägheitskraft F_T als Beschleunigungs-Reaktionskraft gleich groß wie die durch die Feder aufgebrachte Newtonsche Kraft F_N .

Die beiden Kräfte wirken in der selben Richtung aber mit entgegengesetzter Orientierung.
 $F_{\text{Newton}} = - F_{\text{Träghei}}$

Abb. 4.5. Simulation "Kraft-Feder"

Eine zusammengedrückte Feder wird rot, eine auseinandergezogenen Feder wird blau dargestellt.



Um eine elastische Feder zwischen zwei gesetzten Teilchen zu simulieren, muß bei gedrückter Shift-Taste eines der Teilchen mit der linken Maustaste angewählt und der Mauszeiger bei gedrückter linken Maustaste zu dem zweiten Teilchen bewegt werden. Wird dieser Vorgang über einer schon vorhandenen Feder wiederholt, so öffnet sich das "Feder-Editor"-Fenster in dem die Federkonstante D und Ruhelänge l_0 eingegen werden können.

Abb. 4.6. "Feder Editor"-Fenster

Da die Visualisierung der Trägheitskraft unterdrückt werden kann, ist es jederzeit möglich, den Bewegungsvorgang mit dem Konzept der Trägheit als einer Eigenschaft der Materie zu beschreiben.

Die obige Simulation kann dazu dienen, den Einfluß der Masse der beiden Körper auf die Bewegung zu untersuchen. Die Masse eines Teilchens kann in dem "Teilchen Inspektor" Fenster gesetzt werden. Nähere Erläuterungen folgen im nächsten Kapitel

4.7. Elastische Wechselwirkung - Hooksches Gesetz

Eine Feder, an der keine Kraft angreift, besitzt eine so genannte Ruhelänge l_0 .

Wenn an beiden Enden der Feder zwei gleich große Kräfte angreifen, wird die Feder entweder gedehnt oder gestaucht und ändert ihre Länge zu l .

Auf Grund dieser Längenänderung reagiert die Feder an beiden Enden jeweils mit einer Gegenkraft elastischen Ursprungs $F_{\text{elastisch}}$, die - in bestimmten Grenzen - proportional ist zu zwei Größen:

- der Differenz von l und l_0 .
- einer Konstanten D , die spezifisch für jede Feder angibt, wie weich oder hart die Feder ist. Je größer D desto härter ist die Feder.

Diese Beziehung lautet in mathematischer Form:

$F_{\text{elastisch}} = s D$ ($l - l_0 = s$). Dies ist das so genannte Hooksche Gesetz.

Während der Beschleunigung, die in der obigen Simulation dargestellt wird, ändert sich beständig die Länge der Feder und damit auch die von der Feder aufgebrachte Kraft.

Die Federkraft wirkt stets in eine solche Richtung, daß die Teilchen zu einer so genannten Ruhelage hin beschleunigt werden, in der die Feder ohne Spannung ist.

Je größer die träge Masse m der Körper, je kleiner ist die Beschleunigung durch die Federkraft. Letztere ist ja nicht von der Masse der Körper abhängig.

Daraus folgt, daß bei einer Vergrößerung der Masse der Körper die Dauer für eine Hin- und Herbewegung vergrößert wird.

4.8. Kraft und konstante Geschwindigkeit

Bewegt sich ein Körper mit konstanter Geschwindigkeit, so lehrt uns die tägliche Erfahrung, daß hierzu eine konstante, antreibende Kraft notwendig ist. Wollen zum Beispiel Autofahrer ihre Geschwindigkeit verändern, dann müssen sie die Antriebskraft des Motors verändern, in dem sie entweder mehr Gas geben oder den Fuß vom Gashebel nehmen.

Daraus könnte man schließen: Um eine konstante Geschwindigkeit aufrecht zu halten, benötigt man eine konstante Antriebskraft. Weiterhin könnte man folgern: Ohne eine Antriebskraft kommt jeder Körper zur Ruhe.

Aus physikalischer Sicht sind diese Folgerungen problematisch, denn sie stehen im Widerspruch zu einem grundlegenden Gesetz der Mechanik, dem 2. Newtonschen Gesetz.

Dieses besagt, daß eine konstante Kraft eine konstante Beschleunigung bewirkt, eine Bewegung mit linear ansteigender oder abnehmender Geschwindigkeit, je nach Orientierung der Kraft.

Daraus folgt, daß wenn die Summe aller auf einen Körper einwirkenden Kräfte gleich Null ist, dieser Körper keine Beschleunigung erfährt, sondern seine einmal vorhandene Geschwindigkeit unverändert beibehält.

Die folgenden Videos zeigen Vorgänge aus dem Alltag, in denen sich die unterschiedlichsten Körper mit konstanter Geschwindigkeit bewegen.

In allen Fällen treten immer mehrere Kräfte auf. Aus der Tatsache, daß die Geschwindigkeit konstant ist, kann stets gefolgert werden, daß die Summe aller Kräfte gleich Null ist.

Auto auf einer Landstraße <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/vehicle.htm>

Gleitendes Flugzeug <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/flugzeug.htm>

Schiff in einer Hafeneinfahrt <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/schiff.htm>

Boot auf einem Fluß <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/boot.htm>

Fallschirmspringer am offenen Fallschirm

<http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/fallschirm.htm>

Im Wind treibender Ballon <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/ballon.htm>

In einer Flüssigkeit aufsteigende Blasen

<http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/blasen.htm>

Schlitten auf einer Luftkissenbahn <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/luftkissen.htm>

5. Fallen und Werfen - Gravitationsgesetz

5.1. Gewicht und Gewichtlosigkeit



In der Mitte des 17. Jahrhunderts formulierte Newton das universale Gravitationsgesetz, das aussagt, dass alle materiellen Körper miteinander wechselwirken in Form gegenseitiger Anziehung (siehe Abschnitt 5.2.)).

Auf Grund der Gravitationswechselwirkung mit der Masse der gesamten Erde besitzt jeder Körper hier auf der Erde ein bestimmtes Gewicht.

Wie entstehen aber Bedingungen für Gewichtlosigkeit? Hat das Kind auf dem Photo ein Gewicht oder ist es gewichtslos? Ist es nur in diesem Augenblick ohne Gewicht oder während des gesamten „Wurfes“?

Diese Fragen und andere, die sich auf Bewegungen unter dem Einfluß der Erdanziehung beziehen, werden im folgenden behandelt.

5.1.: *Ist das Kind gewichtslos?*

5.2. Gravitationsgesetz

Qualitative Beschreibung

Das Phänomen der Massenanziehung, auch Gravitation genannt, besagt, dass alle materiellen Körper sich gegenseitig anziehen. Aufgrund dieser Tatsache werden alle Körper von der Erde angezogen und haben somit ein Gewicht. Dieses zwar sehr alltägliche Phänomen ist im Grunde sehr erstaunlich und bis heute haben die Physiker dafür keine Erklärung gefunden. Es muß als ein nicht erklärbares Grundphänomen hingenommen werden.

Die anziehende Kraft zwischen zwei Körpern 1 und 2 ist proportional zu einer bestimmten Eigenschaft dieser Körper, die man versuchsweise zunächst als "Gravitations-Eigenschaft" bezeichnen kann

Es hat sich experimentell gezeigt, dass diese Eigenschaft unter allen Umständen proportional ist zu der schon weiter oben eingeführten Größe "Masse". Diese Tatsache ist zunächst sehr erstaunlich, denn es gibt keinen erkennbaren Zusammenhang zwischen der Eigenschaft eines Objekts, einer Beschleunigung einen Widerstand entgegenzusetzen, seiner Trägheit, und der Eigenschaft, andere materielle Körper anzuziehen.

Einstein hat in seiner Theorie der Allgemeinen Relativität einen Zusammenhang zwischen diesen beiden Eigenschaften materieller Körper hergestellt. Diese Ableitung ist jedoch nur für Fachleute nachvollziehbar.

Es gibt andere mehr spekulative Erklärungen, welche die Trägheit auf eine Gravitationswechselwirkung mit den Sternen im gesamte Kosmos reduzieren.

Es wird jedoch generell akzeptiert, dass aus der allgemein gültige Proportionalität zwischen der Trägheit und der oben versuchsweise so bezeichneten Gravitations-Eigenschaft folgt, dass beide Größen einen gemeinsamen Ursprung haben. Aus diesem Grund werden beide Größen mit dem gleichen Namen "Masse" gekennzeichnet und in den gleichen Einheiten gemessen. Um zwischen diesen beiden Größen unterscheiden zu können, spricht man auch von "träger Masse" m_t und "schwerer Masse" m_s .

Quantitative Beschreibung

Als ein universelles Gesetz gilt: Alle materiellen Körper ziehen sich gegenseitig an.

Die anziehende Kraft F zwischen zwei materiellen Körpern 1 und 2 ist zunächst abhängig von der schweren Masse der sich anziehenden Körper $m(s)_1$ und $m(s)_2$. Die Kraft hängt außerdem vom Abstand der beteiligten Körper ab, und zwar ist die Größe der Anziehungskraft umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes der Mittelpunkte beider Körper.

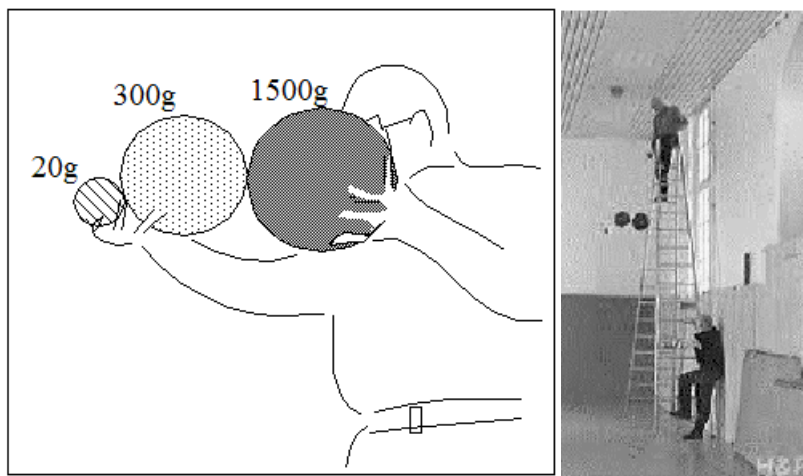
In quantitativer Form lautet das Gravitationsgesetz:
$$F_{1 \rightarrow 2} = -F_{2 \rightarrow 1} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Die Konstante γ ist eine universelle Naturkonstante.

5.3. Körper im freien Fall

Sieht man von der Luftreibung ab, so erfahren alle Körper beim Fallen unabhängig von ihrem Gewicht die gleiche Beschleunigung.

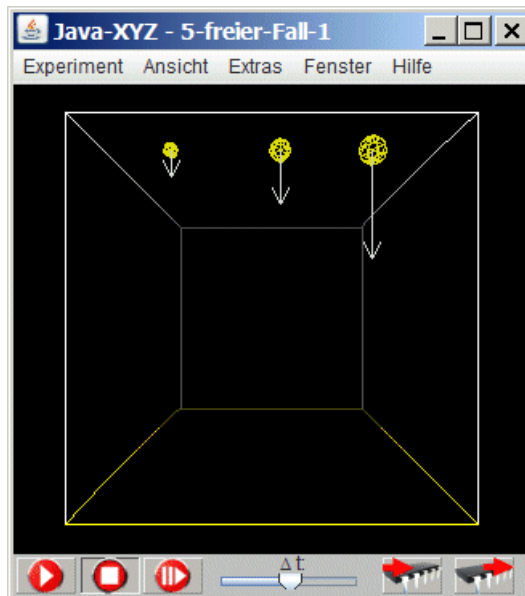
Das unter <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/freier-fall.htm> herunterzuladende Video zeigt ein Experiment, in dem drei sehr unterschiedliche Bälle aus einer Höhe von ungefähr 4m fallen gelassen werden.



5.2.: Video von einem Fall-Experiment von 3 Körpern mit unterschiedlicher Masse.

Für viele Menschen ist das Ergebnis eher selbstverständlich. Sie halten die Tatsache, dass alle Körper gleich schnell zu Boden fallen, für ein Naturgesetz. Es gibt aber auch viele Menschen, die davon überzeugt sind, dass leichte Körper langsamer fallen als schwerere.

Jedoch gibt es dort ein merkwürdiges Problem. Ein leichterer Körper wird mit einer viel kleineren Kraft von der Erde angezogen als ein schwererer. Warum legen beide Körper dennoch in der gleichen Zeitdauer die gleiche Fallstrecke zurück, erfahren also die gleiche Beschleunigung?



Um eine befriedigende Antwort auf die obige Frage zu finden, muß man beachten, dass bei einer Fallbeschleunigung nicht nur das Gewicht und damit die schwere Masse von Bedeutung ist, sondern auch die träge Masse.

In jedem Fall gilt: Je schwerer ein Körper ist, desto größer ist seine träge Masse und umgekehrt.

Da diese beiden Größen streng zueinander proportional sind, heben sie sich in ihrer Wirkung auf die Fallbeschleunigung gegenseitig auf. Somit erfahren alle materiellen Körper die gleiche Fallbeschleunigung.

5.3.: Simulation "freier_Fall"

5.4. Fallstrecke und Falldauer

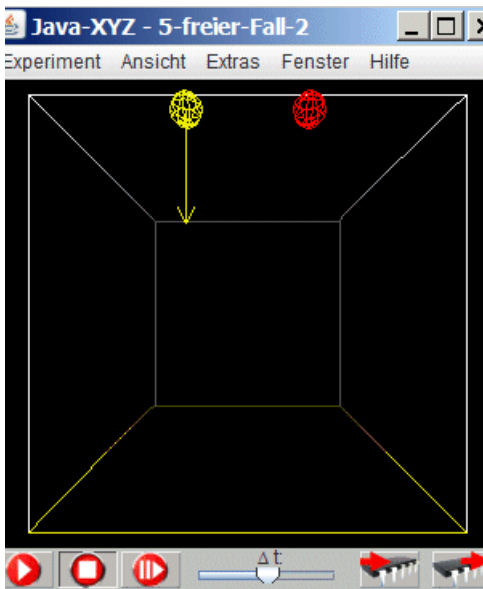
Alle Körper erfahren unabhängig von ihrer Masse die gleiche Fallbeschleunigung. Dies hat zur Folge, dass der Zusammenhang zwischen Fallstrecke und Fallzeit für alle Körper unabhängig von ihrer Masse gültig ist.

Für den einfachen Fall, dass ein Körper ohne Anfangsgeschwindigkeit fallen gelassen wird, lautet diese Beziehung: $s = 1/2 g t^2$

s = Fallstrecke; g = Fallbeschleunigung; t = Fallzeit

Die Fallstrecke wächst quadratisch mit der Fallzeit an.

Die Simulation "5-Fallweg_Fallzeit" veranschaulicht, wie diese Formel abgeleitet werden kann.



In dieser Simulation wird ein elektrisches Feld in $-z$ -Richtung (nach unten) simuliert, aber kein Gravitationsfeld. Da das rechte Teilchen eine Ladung trägt, bewegt es sich unter der Wirkung einer konstanten elektrischen Kraft mit konstanter Beschleunigung. Das linke neutrale Teilchen bewegt sich wegen seiner Startgeschwindigkeit v_0 geradlinig gleichförmig.

Die Geschwindigkeit des beschleunigten Körpers wächst von Null linear an bis zu einem maximal Wert v_{\max} im Augenblick des Auftreffens auf den Boden.

Frage: Wie groß muß v_0 gewählt werden, damit beide Teilchen im gleichen Augenblick den Boden erreichen?

5.4.: Simulation "5-Fallweg_Fallzeit" Vergleich der Bewegung 2er Teilchen mit konstantem v und konstantem a

Die Geschwindigkeit des linken Teilchens kann im "Teilchen Inspektor"-Fenster geändert werden (Abb. 3.1)

Antwort:

Um in der gleichen Zeitdauer die gesamte Fallstrecke s_{\max} zurückzulegen, muß sich der linke Körper mit der konstanten Geschwindigkeit $v = v_{\max}/2$ bewegen. Dann ist er auf der ersten Wegstrecke zunächst zu schnell, aber danach auf der zweiten Wegstrecke zu langsam. Dies gleicht sich nach der Zeitdauer t_{\max} aus, da die Geschwindigkeit des rechten Körpers von $v = 0$ linear bis $v = v_{\max}$ ansteigt.

Die vom linken Körper mit der konstanten Geschwindigkeit $v = v_{\max}/2$ in der Zeitdauer t_{\max}

zurückgelegte Wegstrecke beträgt $s_{\max} = \frac{v_{\max}}{2} \cdot t_{\max}$

Wegen der konstanten Beschleunigung g gilt für die Geschwindigkeit des rechten Körpers:

$v_{\max} = g t_{\max}$. Durch Einsetzen erhält man: $s_{\max} = \frac{g}{2} \cdot t_{\max}^2$

Solange der Körper aus der Ruhe startet gilt diese Überlegung für jede beliebige Fallstrecke und Falldauer. Deshalb kann der Index weggelassen werden und man erhält, wie oben angegeben, als Beziehung zwischen Fallstrecke und Falldauer: $s = 1/2 g t^2$.

Die Simulation "5-Fallweg_Fallzeit" mit den Parametern $s_{\max} = 2000$ Einheiten; $g = 10$ Einheiten zeigt eine Übereinstimmung mit der obigen Ableitung (mit $v = v_{\max}/2$).

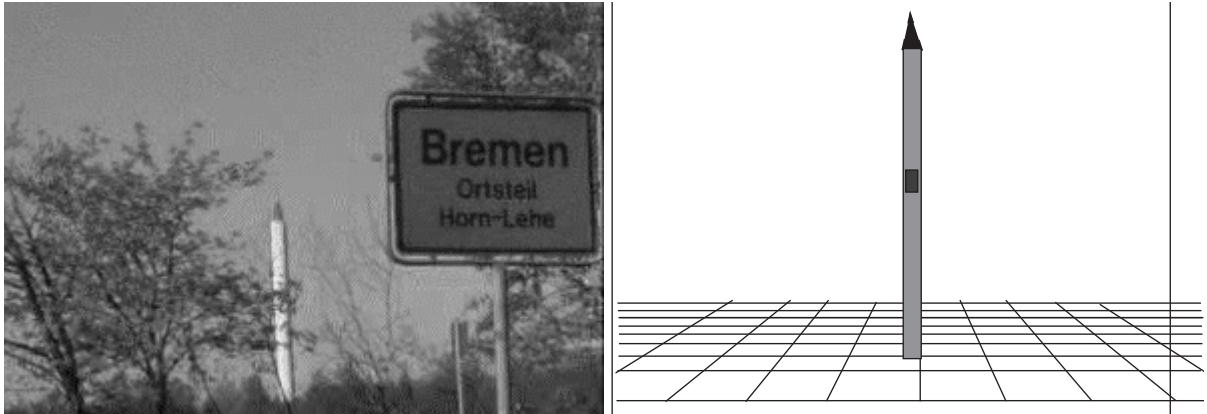
5.5. Schwerelosigkeit und Kräftefreiheit - Ein wichtiger Unterschied

Wenn man im Fernsehen sieht, wie Astronauten durch ihr Raumschiff schweben während sie um die Erde kreisen, dann ist es offensichtlich, dass sie schwerelos sind. Aber sind sie auch kräftefrei?

Sicherlich nicht, denn diese Raumschiffe bewegen sich im Gravitationsfeld der Erde. Für normale Umlaufbahnen ist dieses Feld nahezu gleich stark wie hier auf der Erde.

Das gleiche gilt für einen Körper im freien Fall. Dieser ist ebenfalls schwerelos, denn sonst würden Wissenschaftler nicht einen so genannten Fallturm betreiben wie an der Universität Bremen, in dem Versuche unter der Bedingung der Schwerelosigkeit durchgeführt werden.

Das unter "http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/fall_turm.htm" herunterzuladende Video zeigt diesen Fallturm und stellt eine interessante Frage hinsichtlich der Schwerelosigkeit beim senkrechten Wurf aufwärts.



5.5.: Video über den Fallturm in Bremen
Unterschied zwischen Schwerelosigkeit und Kräftefreiheit

Antwort:

Ein Körper hat ein Gewicht, wenn er sich im Gleichgewicht zwischen zwei Kräften befindet, der Erdanziehungskraft, die nach unten zieht und einer aufwärts gerichteten Gegenkraft, die vom Boden oder der Unterlage aufgebracht wird.

Auf Grund dieser beiden entgegengesetzt orientierten Kräfte wird ein Körper je nach seiner Elastizität mehr oder weniger deformiert. Diese elastische Verformung verschwindet, wenn keine Gegenkraft durch den Boden einwirken kann, sondern wenn nur die Gravitationskraft vorhanden ist, wie z.B. bei einer Fallbewegung nach unten oder einem Wurf nach oben.

Die Gravitationskraft wirkt auf jedes einzelne Atom oder Molekül eines materiellen Körpers in gleicher Weise und erzeugt deshalb keinerlei innere Spannungen oder Verformungen. Es ist dieser spannungs- und verformungslose Zustand, der für Wissenschaftler und Techniker interessant ist und deshalb werden Experimente unter Bedingungen der Schwerelosigkeit ausgeführt, sei es in einem Fallturm oder der internationalen Raumstation.

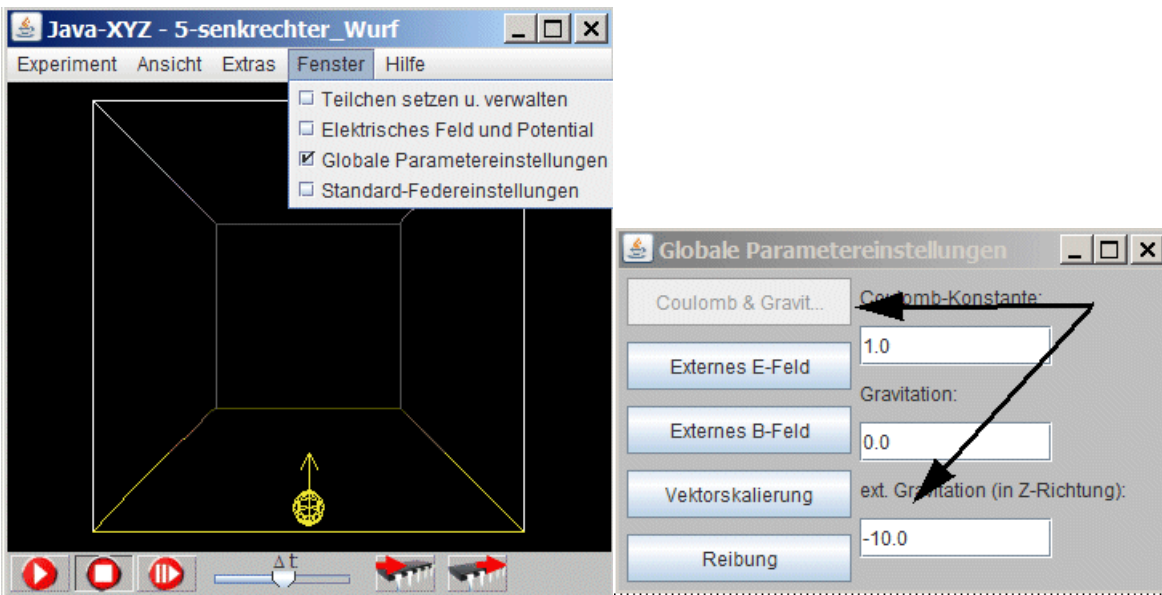
Eine nähere Erklärung, warum Astronauten in ihren Raumstationen schwerelos sind, findet sich in einem späteren Kapitel.

5.6. Senkrechter Wurf

Startgeschwindigkeit und Steigzeit

Die vorbereitete Simulation "5-senkrechter_Wurf" bietet die Möglichkeit, durch Versuch und Irrtum herauszufinden, welche Startgeschwindigkeit erforderlich ist, damit der Körper entgegen der aktivierten Schwerkraft bis zur „Decke“ hochsteigt, ohne gegen sie anzustoßen. Eingestellt ist per Simulation ein konstantes senkrecht nach unten gerichtetes Gravitationsfeld.

Ein solches Gravitationsfeld kann in dem "Globale Parametereinstellungen"-Fenster aktiviert werden.



5.6.: Simulation "5-senkrechter_Wurf";
Setzen eines externen Gravitationsfeldes in -z-Richtung

Rechnung:

Senkrechte Wurfbewegungen entweder aufwärts und abwärts sind symmetrische Bewegungen, die der gleichen konstanten Beschleunigung unterliegen.

Deshalb gelten für beide Bewegungen die selben Gleichungen: $s = 1/2 g t^2$; $v = g t + v_0$

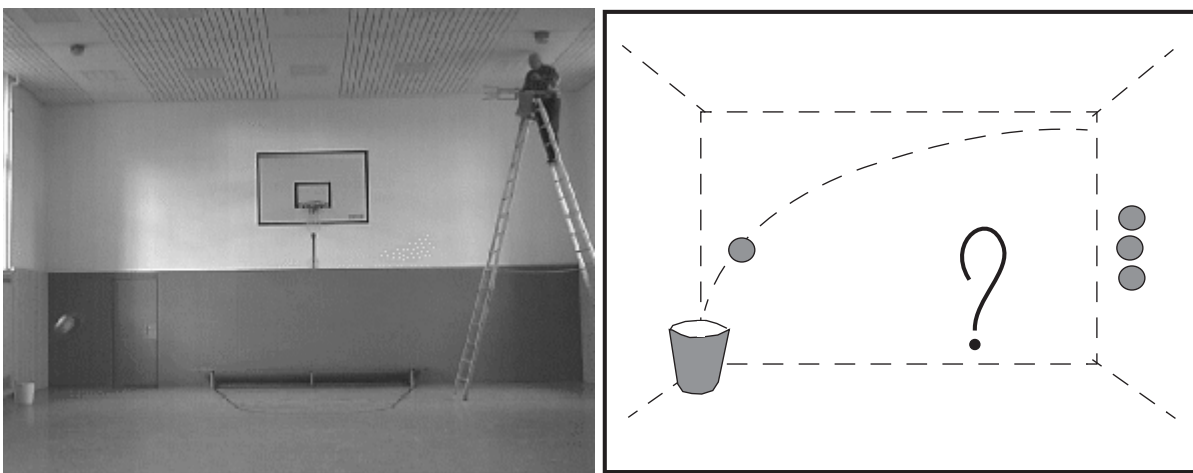
In der obigen Simulation gilt für die Beschleunigung der Wert $g = -10$ Einheiten.

Stimmen Simulation und Rechnung überein?

5.7. Horizontaler Wurf

Das Experiment und eine Frage

Das Video, herunterzuladen unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/ho_wurf.htm, zeigt ein Experiment, bei dem ein Ball aus einer Höhe von etwa 4m horizontal weggestoßen wird und in einer Entfernung von etwa 6m in einen mit Wasser gefüllten Eimer trifft.



5.7.: Video von einem horizontalen Wurf

Frage:

Angenommen ein zweiter Ball wird im gleichen Augenblick fallen gelassen, in dem der andere Ball horizontal weggestoßen wird.

Wird dieser zweite Ball den Boden vorher, zur gleichen Zeit oder später erreichen?

Mit Hilfe der Simulation "5-horizontaler_Wurf" kann eine Antwort gefunden werden.

Superpositionsprinzip

Es wäre nicht ganz so einfach, eine experimentelle Anordnung zu entwickeln, bei der zwei Bälle exakt im gleichen Augenblick fallengelassen werden, wobei der eine Ball eine variable und genau horizontale Geschwindigkeit erhält.

In einer Simulation ist diese Aufgabe dagegen sehr einfach zu erledigen. Dabei hilft das sogenannte Superpositionsprinzip, das besagt, dass die horizontale und die vertikale Bewegung sich nicht gegenseitig beeinflussen und daher einfach überlagert werden dürfen.

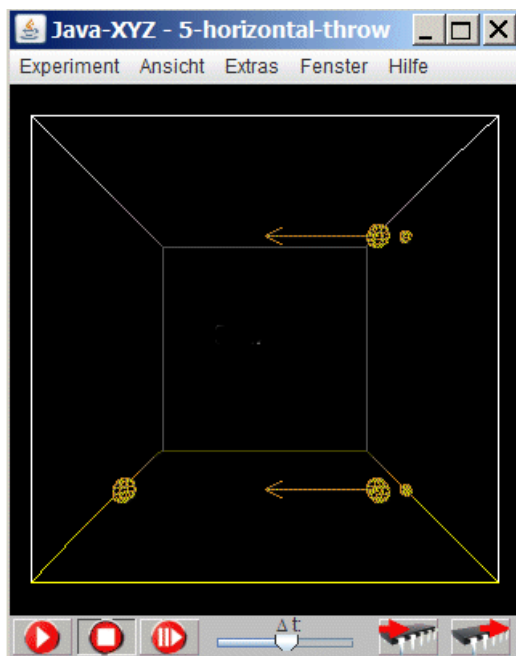
Das Superpositionsprinzip basiert auf der Tatsache, dass eine Kraft, die stets eine bestimmte Richtung aufweist, senkrecht zu dieser eigenen Richtung keinerlei Auswirkung hat.

Im vorliegenden Fall bedeutet dies, dass die Gravitationskraft die horizontale Bewegung in keiner Weise beeinflussen kann.

Diese horizontale Geschwindigkeitskomponente bleibt konstant - sie wird zumindest nicht durch die Gravitation beeinflusst, während die beschleunigte Bewegung genau so verläuft wie bei einem frei fallenden Körper ohne horizontale Geschwindigkeitskomponente.

Simulation

Wie es die Simulation "5-Horizontaler_Wurf" zeigt, erreichen die beiden Bälle gleichzeitig den Boden.



Durch Versuch und Irrtum kann man herausfinden, welche Geschwindigkeit v_0 erforderlich ist, um die Kugel unten links zu treffen.

In Übereinstimmung mit dem Experiment zeigt die Simulation, dass sich die Bewegung eines horizontalen Wurfs als unabhängige Überlagerung zweier Bewegungen ergibt, nämlich einer horizontalen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit und einer vertikalen Bewegung mit konstanter Beschleunigung.

5.8.: Simulation "5-Horizontaler_Wurf"

Rechnung

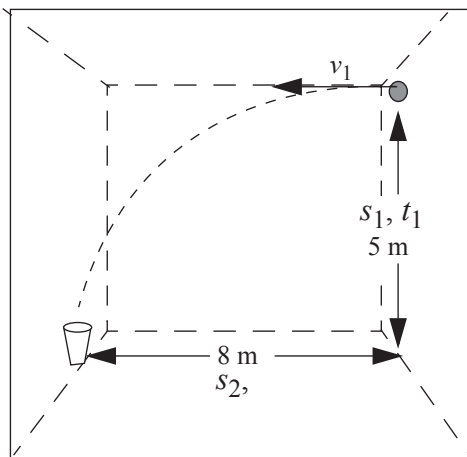
Um die vorliegende Aufgabe zu lösen, müssen die folgenden Beziehungen bekannt und verstanden worden sein:

Für eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung gilt: $s = 1/2 g t^2$; $v = a t$; (Start aus der Ruhe)

(s = zurückgelegte Wegstrecke; v = Geschwindigkeit; g = Beschleunigung; t = Zeitdauer)

Für eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit gilt: $s = v t$.

Aus dem Superpositionsprinzip folgt, dass die in dem Video gezeigte Bewegung in zwei unabhängige Bewegungen aufgeteilt werden kann, und zwar in einen freien Fall mit konstanter Beschleunigung $a = g$ und in eine horizontale Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit.



Für den freien Fall gilt:

$$s_1 = \frac{g}{2} t_1^2 \quad t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{g}}$$

$$s_1 = 4\text{m}; g = 10\text{m/s}^2; t = \sqrt{0,8\text{s}}$$

Für die horizontale Bewegung gilt:

$$v_2 = \frac{s_2}{t_1} = \frac{6\text{ m}}{\sqrt{0,8\text{ s}}}$$

Die in der Simulation eingestellten Werte sind:

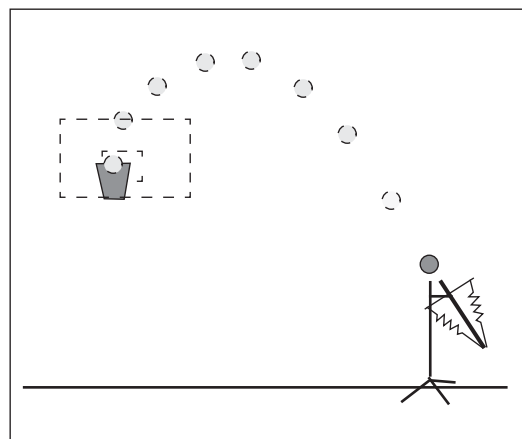
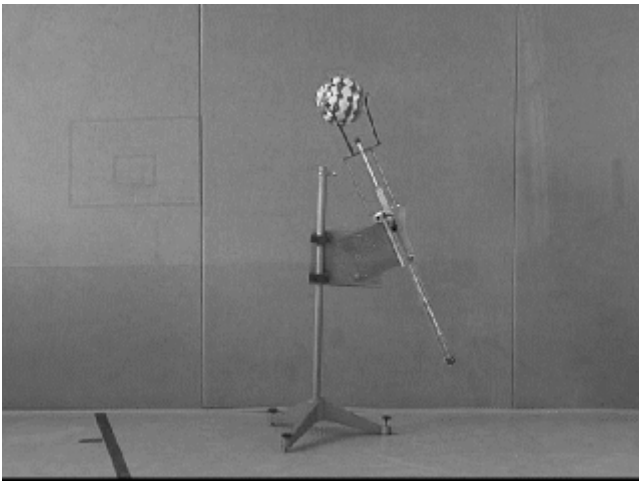
$s_1 = 1800$ Einheiten; $s_2 = 1800$ Einheiten; $g = -100$ Einheiten.

Stimmen Theorie und Simulation überein?

5.8. Schiefer Wurf

Das Experiment

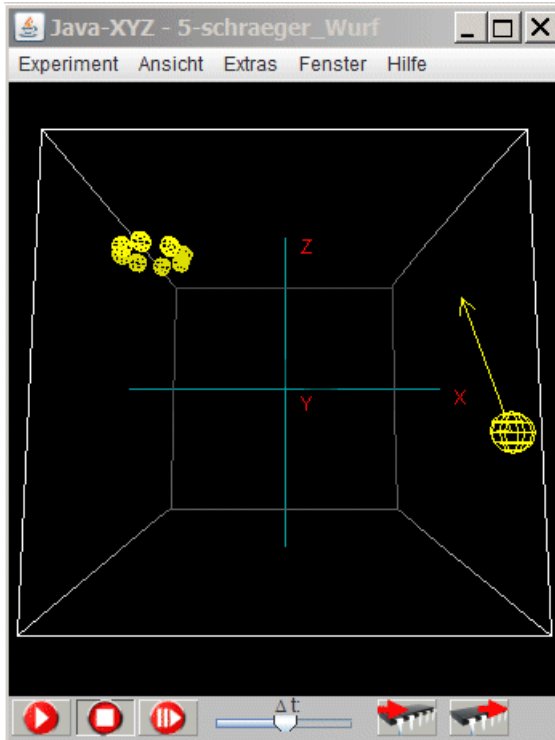
Die in dem folgenden Video zu sehende, schräg gestellte Stange wird von zwei gespannten Federn gegen eine Halterung gepreßt. Wird diese Halterung gelöst, so stößt die Stange mit ihrer Spitze gegen den Ball. Nach mehreren vergeblichen Versuchen gelingt es, den Ball im Korb unterzubringen.



5.9.: Video von einem schrägen Wurf, herunterzuladen unter
(http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/schiefer_wurf.htm)

Die folgende Simulation gibt diesen Versuch wieder. Im Anschluß daran wird eine numerische Lösung vorgestellt.

Die Simulation



Durch Variation der horizontalen und vertikalen Komponente der Startgeschwindigkeit des Balles kann man erreichen, dass der Ball im „Korb“ landet, ohne die „Decke“ zu berühren. Eine effektivere Alternative zu Versuch und Irrtum ist der Rückgriff auf die Theorie.

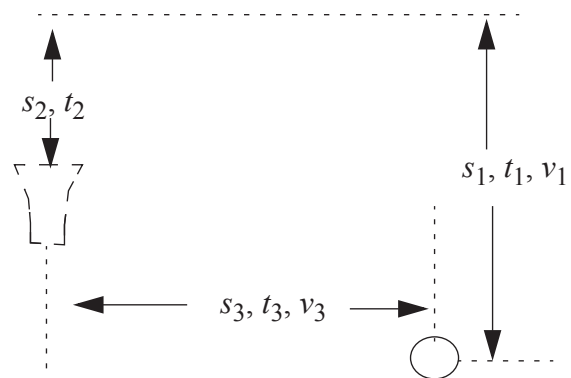
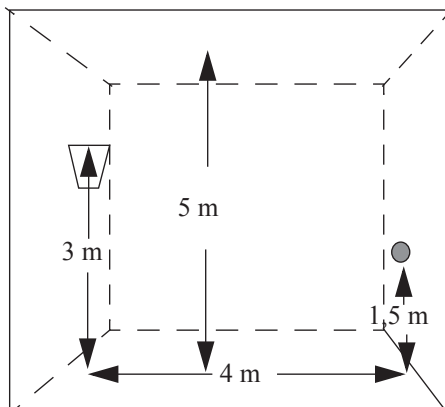
5.10.: Simulation "5-schiefer_Wurf"

Berechnung

Um die in dem Video gestellte Aufgabe zu lösen, werden die folgenden Gleichungen benötigt:

- Für eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung (ohne Anfangsgeschwindigkeit) gilt: $s = 1/2 g t^2$; $v = g t$;
(s = zurückgelegte Strecke; v = Geschwindigkeit; g = Beschleunigung; t = Zeitdauer)
- Für eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit gilt: $s = v t$.

Auf Grund des Superpositionsprinzips kann die in dem Video und in der Simulation gezeigte Bewegung als unabhängige Überlagerung zweier Teilbewegungen aufgefaßt werden und zwar einem senkrechten Wurf mit konstanter Beschleunigung und einer horizontalen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit.



Für die Aufwärts- und Abwärtsbewegung des senkrechten Wurfes gilt:

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \quad v = g \cdot t$$

$$s_1 = 3,5 \text{ m} \quad s_2 = 2 \text{ m} \quad g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_1 = \sqrt{0,7} = 0,83 \text{ s} \quad t_2 = \sqrt{0,4} = 0,63 \text{ s} \quad v_1 = g \cdot t_1 = 8,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Für die horizontale Bewegung gilt:

$$s_3 = 4 \text{ m} \quad t_3 = t_1 + t_2 = 1,46 \text{ s} \quad v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{4}{1,46} = 2,74 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die in der Simulation eingestellten Werte sind (in den entsprechenden Einheiten):

$$s_1 = 1250; s_2 = 450; s_3 = 1600; g = -100.$$

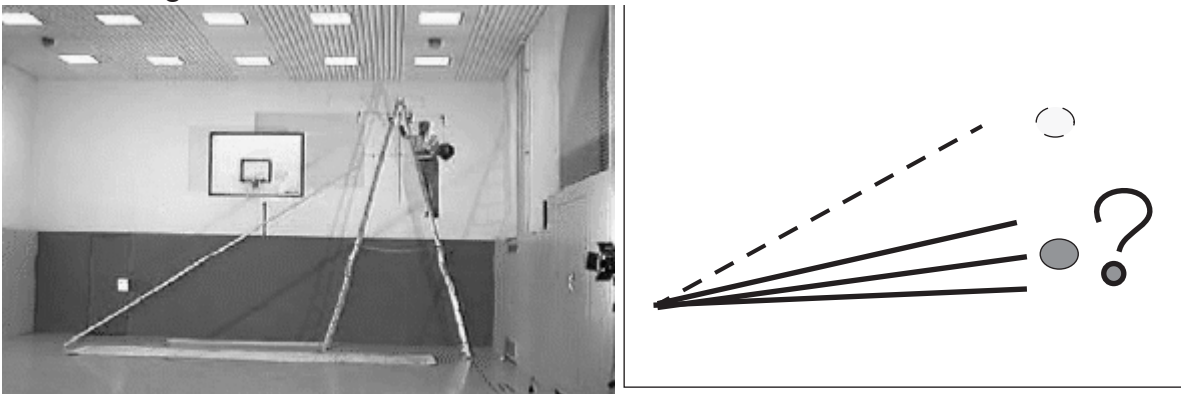
Stimmen Simulation und Theorie überein?

5.9. Eine lange, fallende Latte und ein fallender Ball im Vergleich

Experiment

In den vorangegangenen Kapiteln wurde dargelegt, dass alle Körper im freien Fall unabhängig von ihrer Masse die gleiche Beschleunigung erfahren.

Konfrontiert mit der in dem folgenden Video dargestellten experimentellen Situation könnte man daher zunächst vermuten, dass beide Körper im gleichen Augenblick auf dem Boden aufschlagen.



5.11.: Video von einer fallende Latte und einem frei fallenden Ball
(http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/latte_f.htm)

Wie das Video, herunterzuladen unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/latte_e.htm zeigt, wird diese Vermutung durch das Experiment widerlegt.

Das fallende Ende der Latte wird stärker beschleunigt als der frei fallende Ball. Hier muß also eine Kraft einwirken, die größer ist als die Erdanziehung.

Wie entsteht diese Kraft?

Erklärung zum Vergleich von Latte und Ball

Eine erste Antwort auf diese Frage ist recht einfach. In dem Experiment werden zwei unterschiedliche Fälle verglichen. Der Ball befindet sich ausschließlich unter dem Einfluß der Erdanziehung. Auf die schräg gestellte Latte dagegen wirkt zusätzlich zur Erdanziehung

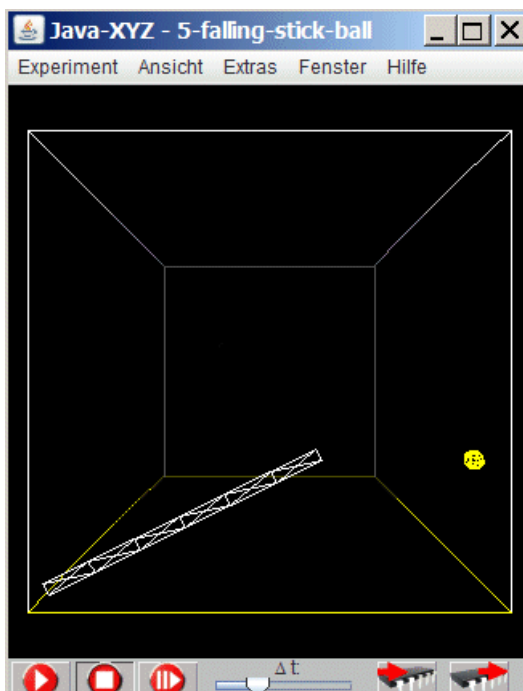
noch die Gegenkraft durch den Boden ein. Die Latte befindet sich somit nicht in einem freien Fall und somit verbietet sich ein direkter Vergleich.

An Hand der folgenden Simulation wird die Auswirkung dieser Gegenkraft und damit der Unterschied zu einem freien Fall näher erklärt.

Simulation zum Vergleich von Latte und Ball

Die Simulation "5-fallende Latte" gibt die in dem Video dargestellte Situation wieder und erlaubt den Vergleich der Fallbewegung von Ball und schräg gestellter Latte.

In der Simulation besteht die Latte aus einzelnen Massepunkten, die mit masselosen Federn untereinander verbunden sind. Der untere linke Massepunkt ist fixiert, während die anderen Massepunkte während der Fallbewegung nicht senkrecht fallen können, sondern auf mehr oder weniger kreisförmige Bahnen um diesen Fixpunkt herum gezwungen werden.



Auf Grund der beiden Kräfte, der Gravitationskraft und der Gegenkraft durch den Boden, wird die Latte durchgebogen. Dadurch entstehen während des Fallvorgangs anwachsende elastische Biegekräfte, die eine zusätzliche Beschleunigung bewirken.

Wird die Anzahl der Federn vergrößert und damit die Latte steifer gemacht, (Simulation "5-steife_Latte_Ball" so ist die Durchbiegung kaum noch sichtbar.

Je steifer die Latte, desto größer ist die Übereinstimmung zwischen der Simulation und dem im Video gezeigten Experiment.

5.12.: Simulation "5-fallende Latte_fallender_Ball"

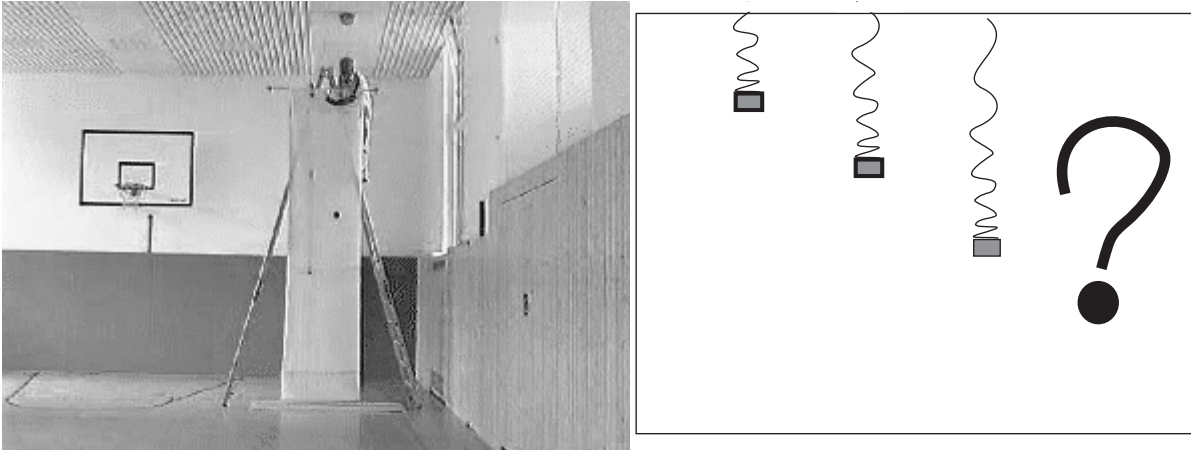
5.10. Fall einer elastischen Feder?

Angenommen ein Nachbar im 1. Stock hält eine lange, weiche Feder (genannt Slinky) aus dem Fenster, so dass sich das untere Ende der Feder vor einem Fenster im Erdgeschoß befindet.

Die Frage ist: Wie wird sich das untere Ende der Feder verhalten, das man vom Erdgeschoß aus betrachten kann, und zwar in dem Augenblick in dem der Nachbar die Feder losläßt?

Wird es sich zunächst etwas nach oben bewegen, wird es für eine kurze Weile an der gleichen Stelle verharren bevor es fällt oder wird es sofort anfangen zu fallen. Diese Frage

wird in dem unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/feder_f.htm herunterzuladendem Video gestellt?

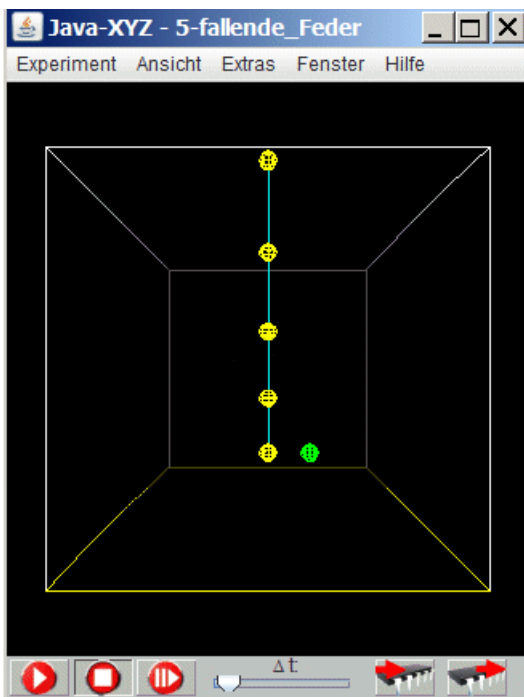


5.13.: Video von einer fallenden elastischen Feder

Wenn man das unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/feder_e.htm zu findende Video genau betrachtet, in dem das Experiment dargestellt wird, kann man erkennen, dass das untere Ende der Feder nicht sofort zu fallen beginnt, sondern erst dann, wenn sich die Feder weitgehend zusammengezogen hat.

Diesen Vorgang kann man mit Hilfe der folgenden Simulation genauer untersuchen.

Simulation



Die elastische Feder in der Simulation "5-fallende Feder" wird durch eine Reihe von Teilchen gleicher Masse dargestellt, die durch elastische Federn gleicher Federkonstante miteinander verbunden sind.

Das obere Teilchen ist fixiert.

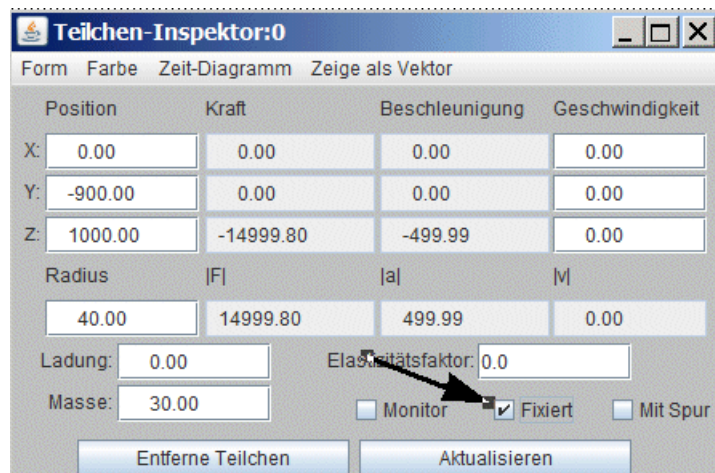
Da eine Gravitationskraft simuliert wird, dehnt sich die Feder unter ihrem eigenen Gewicht aus.

Das einzelne Teilchen neben dem unteren Ende der Feder ist ebenfalls fixiert und kann deshalb nicht fallen.

Werden die fixierten Teilchen gelöst bevor die Simulation gestartet wird, so kann man das Verhalten des unteren Teilchens der Feder beobachten.

5.14.: Simulation einer fallenden elastischen Feder

Soll ein Teilchen fixiert oder die Fixierung aufgehoben werden, so kann dies in dem "Teilchen Inspektor"-Fenster eingestellt werden.



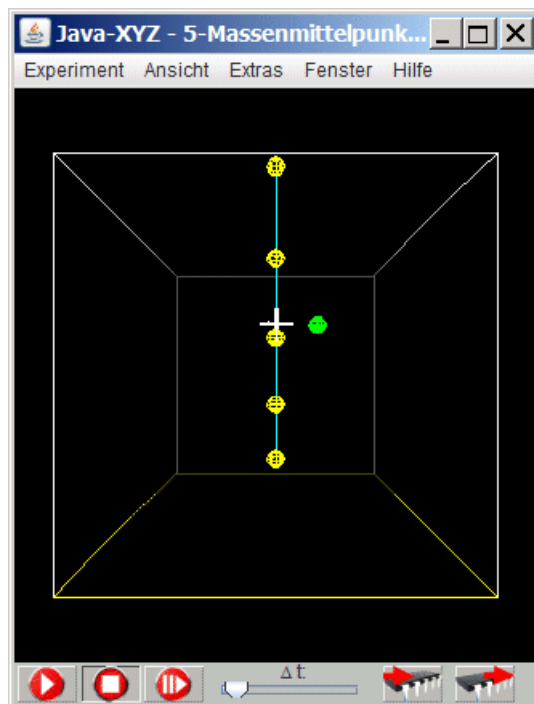
5.15.: Fixieren oder Freisetzen eines Teilchens im "Teilchen Inspektor" Fenster

Ergebnis:

Das untere Ende der Feder kann erst fallen, wenn die Feder sich fast vollständig zusammengezogen hat. Vorher ist das untere Ende nicht frei, das heißt, dass neben der Gravitationskraft noch weitere Kräfte einwirken.

5.11. Konzept des Massenmittelpunkts

Mit Hilfe der folgenden Simulation wird das Konzept des Massenmittelpunkts eingeführt. Dieses Konzept wird hier nicht aus grundlegenden Prinzipien abgeleitet sondern nur vorgestellt, um seine besondere Eigenschaften aufzuzeigen und um damit zu weiteren Studien anzuregen.



5.16.: Simulation einer fallenden Feder mit Massenmittelpunkt

Wie zuvor wird die Feder wiedergegeben als Reihe von Teilchen gleicher Masse, die mit masselosen Federn gleicher Federkonstante verbunden sind.

Das obere Teilchen ist fixiert. Da eine Gravitationskraft simuliert wird, ist die Feder auf Grund des eigenen Gewichts entsprechend ausgedehnt.

Das weiße Kreuz kennzeichnet den so genannten Massenmittelpunkt der Feder, der nach einem bestimmten Verfahren von dem Programm berechnet wird.

Das isolierte Teilchen neben dem Massenmittelpunkt kann nicht fallen, da es ebenfalls fixiert ist.

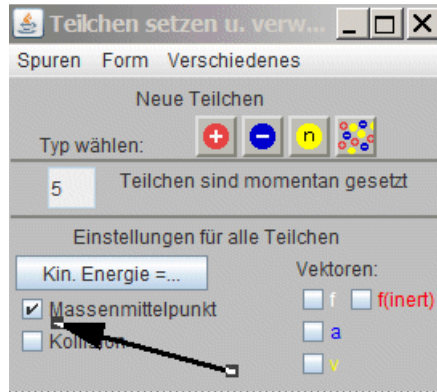
Wird die Simulation gestartet und werden die Teilchen vorher gelöst, so kann man beobachten, dass der Massenmittelpunkt genau so fällt wie das frei fallenden isolierte Teilchen.

Die allgemein gültige Regel lautet:

Der Massenmittelpunkt eines materiellen Körpers bewegt sich unter dem Einfluß einer äußeren Kraft so, als ob die Masse des ausgedehnten Körpers in ihm vereinigt wäre. Innere Kräfte spielen für die Bewegung des Massenmittelpunktes keine Rolle.

Zur Benutzerschnittstelle:

Der Massenmittelpunkt aller im Kubus gesetzten Teilchen kann im Fenster "Teilchen setzen und verwalten" aktiviert werden.



5.17.: Aktivieren der Visualisierung des Massenmittelpunktes

6. Kreisbewegungen

6.1. Zentripetalkraft

Newtons 1. Gesetz lautet:

Jeder materielle Körper verharrt in Ruhe oder gleichförmig geradliniger Bewegung, solange er nicht durch eine einwirkende Kraft gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

Wichtig ist hier die Bedingung "geradlinige Bewegung". Bewegt sich ein Körper nicht auf einer geradlinigen, sondern auf einer gekrümmten Bahn, so ist dies gleichbedeutend mit einer Richtungsänderung der Geschwindigkeit. Eine solche Richtungsänderung ist nicht möglich ohne eine einwirkende Kraft, auch wenn sich bei dieser Bewegung der Betrag der Geschwindigkeit nicht ändert, sondern der Körper sich mit gleichbleibender Bahngeschwindigkeit bewegt.

Bewegt sich ein Körper gleichförmig auf einer kreisförmigen Bahn, ist also die Krümmung der Bahn konstant, dann ist die dazu erforderliche Kraft in jedem Augenblick auf den Mittelpunkt der Kreisbahn gerichtet. Diese Kraft wird Zentripetalkraft genannt.

Für die Zentripetalkraft F , die für eine gleichförmige Bewegung auf einer kreisförmigen Bahne erforderlich ist, läßt sich aus dem 2. Newtonschen Gesetz die folgende Beziehung ableiten:

$$F = m a = m v^2/R$$

- m = träge Masse des kreisenden Körpers
- R = Radius der Kreisbahn
- $|v|$ = konstanter Betrag der Geschwindigkeit auf der Kreisbahn

Die Ableitung dieser Gleichung findet sich in jedem Lehrbuch.

Wie schon erwähnt ist diese Zentripetalkraft in jedem Augenblick auf den Mittelpunkt der Kreisbahn gerichtet.

Wie verhält es sich aber mit der allseits bekannten Zentrifugalkraft, die - wie der Name sagt - nach außen gerichtet ist.

Das unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/ball_becher.htm herunterzuladende Video zeigt ein Experiment und stellt eine interessante Frage in Bezug auf diese beiden Kräfte.

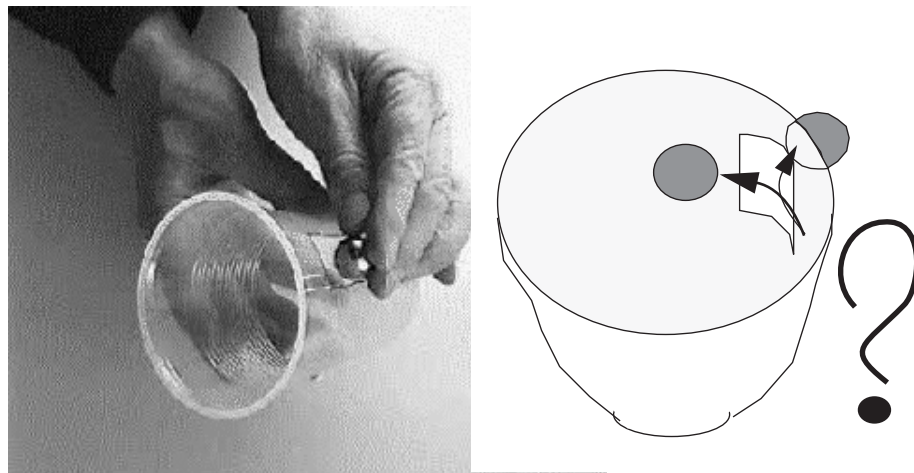
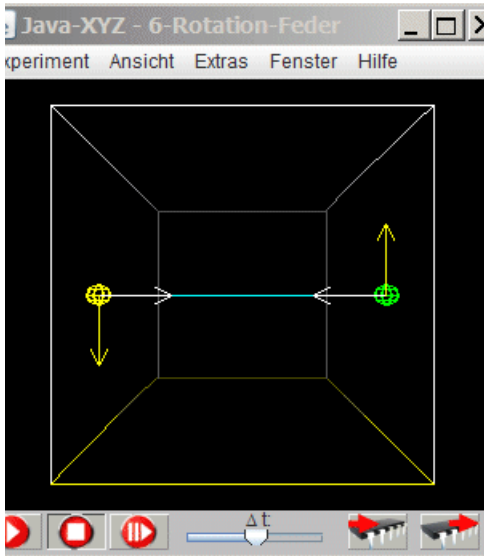


Abb. 6.1.: Video und Computeranimation von einem Ball in einem rotierenden Becher
Wird der Ball im Becher bleiben oder durch die Öffnung nach außen entweichen?
Erklärungen zu dieser Frage finden sich auf den nächsten Seiten.

6.2. Kreisende Körper, verbunden durch eine elastische Feder

Die Simulation "6-Rotation-Feder" zeigt die Bewegung zweier Teilchen, die durch eine gestreckte Feder miteinander verbunden sind und um einen gemeinsamen Mittelpunkt kreisen.



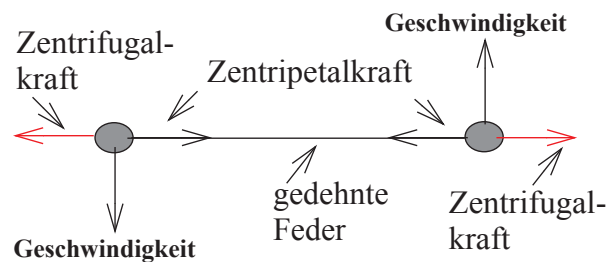
Für die Bewegung eines Körpers auf einer Kreisbahn mit dem Radius R ist eine Zentripetalkraft erforderlich, die beständig auf den Mittelpunkt ausgerichtet ist. Die Kraft wird durch die gestreckte Feder aufgebracht.

Wird die Masse oder die Bahngeschwindigkeit des Körpers verändert, so ist die Bahn nicht mehr kreisförmig.

Masse und Geschwindigkeit können in dem Fenster "Teilchen Inspektor" verändert werden (Abb. 3.1.). Im gleichen Fenster kann auch das Sichtbarmachen der Spur der Teilchen aktiviert werden.

Fig 6.2. Simulation "6-Rotation-Feder"
(2 Körper, verbunden durch eine Feder)

Trägheitskraft - Zentrifugalkraft



Wie bei allen Beschleunigungsvorgängen kann eine Trägheitskraft als Beschleunigungs-Reaktionskraft sichtbar gemacht werden. (siehe Abb. 4.3. für alle Teilchen und Abb.4.4. für ein ausgewähltes Teilchen)

Bei einer Kreisbewegung nennt man diese Trägheitskraft "Zentrifugalkraft".

Wie in dem vorangegangenen Kapitel dargestellt, kann eine geradlinige beschleunigte Bewegung interpretiert werden als ein Gleichgewicht zwischen einer Newtonschen Kraft und einer Beschleunigungs-Reaktionskraft. Die gleiche Interpretation ist auch auf Bewegungen mit gekrümmten Bahnen anwendbar, im vorliegenden Beispiel auf eine Bewegung auf einer kreisförmigen Bahn. In jedem Augenblick ist die Zentrifugalkraft als Beschleunigungs-Reaktionskraft $F_{\text{zentrifugal}}$ gleich groß wie die Newtonsche Zentripetalkraft $F_{\text{zentripetal}}$. Beide Kräfte wirken in die selbe Richtung, aber mit entgegengesetzter Orientierung:

$$F_{\text{zentripetal}} = - F_{\text{zentrifugal}}$$

Rechnung

Um die beiden Körper auf einer Kreisbahn zu halten, muß die von der gedehnten Feder an beiden Enden aufgebraachte Kraft derjenigen Zentripetalkraft entsprechen, die notwendig ist, um jeden einzelnen Körper auf einer kreisförmigen Bahn mit dem Radius R und der konstanten Bahngeschwindigkeit $|v|$ zu bewegen.

Die von der gestreckten Feder an beiden Körpern aufgebraachte Kraft kann mit Hilfe des Hookschen Gesetzes bestimmt werden.

$$F_{\text{Feder}} = s D$$

(l_0 = Ruhelänge; l = aktuelle Länge unter Spannung; $s = l - l_0$; D = Federkonstante)

$$F_{\text{Feder}} = s \cdot D \quad F_{\text{Zentripetal}} = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad R = \frac{l_0 + s}{2}$$

$$s \cdot D = m \cdot \frac{v^2}{R} = 2m \cdot \frac{v^2}{l_0 + s} \quad v^2 = \frac{s \cdot D}{2m} (l_0 + s)$$

Für die Simulation gelten die folgenden Werte (in den entsprechenden Einheiten): $l_0=1500$; $s = 100$; $m = 2$; $D = 1$;

Mit diesen Angaben kann die Geschwindigkeit berechnet und mit dem von der Simulation ausgegebenen Wert verglichen werden.

Für $m \neq 2$ ist die oben abgeleitete Gleichung nicht länger erfüllt.

Die Bahn der Körper weicht mehr oder weniger deutlich von einer Kreisbahn ab.

Video "Kugel im Becher"

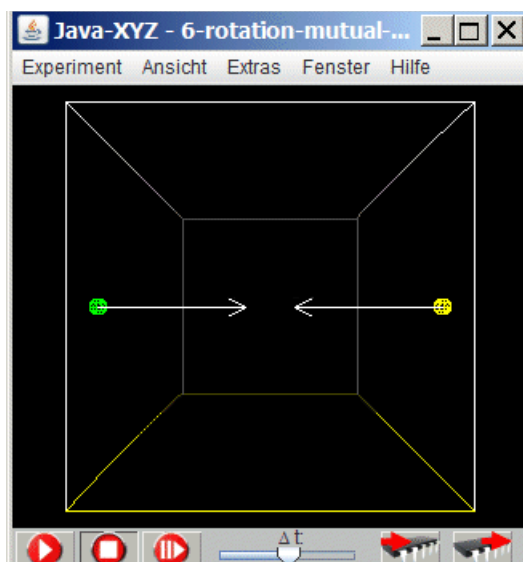
In dem Experiment, das in dem obigen Video zu sehen ist, wird die Zentripetalkraft in Richtung der Bechermitte durch die Becherwand auf die Kugel ausgeübt.

Erreicht die Kugel die Öffnung in der Becherwand, verschwindet diese Zentripetalkraft. Die Bewegung wird nicht länger beschleunigt und damit verschwindet auch die Zentrifugalkraft als eine Beschleunigungs-Reaktionskraft. Die Kugel wird sich geradlinig gleichförmig weiterbewegen.

Ist die Öffnung in der Wand nicht zu breit, so trifft die Kugel von innen gegen den andern Rand der Öffnung und bleibt im Becher.

6.3. Bewegung von sich anziehenden Körpern

Die Simulation "6-gegenseitige_Gravitation" erlaubt die Untersuchung einer Situation, in der sich zwei Teilchen gleicher Masse auf grund ihrer gegenseitigen Anziehung (Gravitation) bewegen.



In der Ausgangssituation sind die Teilchen in Ruhe und werden aufeinander zu beschleunigt.

Wird beiden Teilchen eine Geschwindigkeit erteilt und zwar senkrecht zu ihrer Verbindungslinie (in diesem Fall die z-Richtung) und mit entgegengesetzter Orientierung, so bewegen sich die Teilchen auf Bahnen um ein gemeinsames Zentrum.

Für eine ganz bestimmte Geschwindigkeit, die von der einwirkenden Kraft und der Masse der Teilchen abhängt, bewegen sich die Teilchen genau auf einer Kreisbahn.

Fig 6.3. Simulation "6-gegenseitige_Gravitation"

Die folgende Rechnung zeigt, wie die für eine Kreisbahn erforderliche Geschwindigkeit $v_{\text{Kreisbahn}}$ bestimmt werden kann.

Rechnung

Bestimmung der Geschwindigkeit $v_{\text{Kreisbahn}}$ für eine gleichförmige Bewegung auf einer Kreisbahn mit Radius R .

Auf der Grundlage des allgemeinen Gravitationsgesetzes und des 2. Newtonschen Gesetzes kann die gesuchte Geschwindigkeit wie folgt berechnet werden.

$$F_{\text{Gravitation}} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad F_{\text{Zentripetal}} = m_1 \frac{v^2}{R} \quad R = \frac{r}{2}$$

$$\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = m_1 \frac{v^2}{R} = 2m_1 \frac{v^2}{r} \quad |v| = \sqrt{\frac{\gamma m_2}{2r}}$$

Für die gegebene Simulation gelten die folgenden Werte (in entsprechenden Einheiten):

$g = 10^4$; $m_1 = m_2 = 10^3$; $R = 9 \cdot 10^2$; $v = 52,7$

Besteht Übereinstimmung zwischen Rechnung und Simulation?

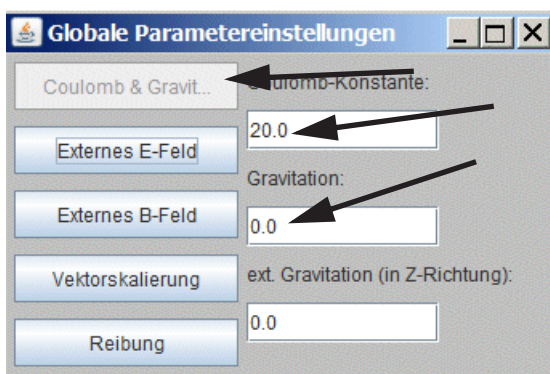
6.4. Bewegung eines Körpers im Coulombfeld eines Zentralkörpers

Die Bewegungen materieller Körper im Raum, wie Erde, Mond, die Planeten, die Sterne unsere Galaxie u.a., sind stets Rotationsbewegungen. Auf den folgenden Seite wird erläutert, warum solche Rotationen notwendig sind, damit sich materielle Körper im Raum auf stabilen Bahnen bewegen können.

Die Simulation "6-Orbit-Coulomb" zeigt einen kleinen Körper, der um einen anziehenden Zentralkörper kreist (Massenverhältnis 1:10⁵). Wegen dieses großen Masseunterschiedes wird das Problem stark vereinfacht. Die Bewegung des Zentralkörpers mit der großen Masse ist sehr klein und kann vernachlässigt werden.

Da in dieser Simulation die beide Körper entgegengesetzt geladen sind, ergibt sich die anziehende Wechselwirkung als Coulombkraft, während die wechselseitige Gravitation ausgeschaltet ist. Der Vorteil einer solchen Art der Wechselwirkung wird deutlich, wenn man die Auswirkung der trägen Masse und der Kraft auf die sich einstellende Bahn untersucht.

Zur Benutzerschnittstelle



Die Ladung eines Teilchens kann in dem Fenster "Teilchen Inspektor" eingetragen werden. Damit eine Coulombkraft wirksam wird, muß im Fenster "Globale Parametereinstellungen" der Coulombkonstanten ein gewisser Wert zugewiesen werden. Im gleichen Fenster kann auch die Gravitationskonstante gesetzt werden (in obiger Simulation =0).

Fig 6.4. Setzen von Coulomb- und Gravitationskonstanten

In der Realität kreisen Körper im Raum umeinander auf Grund der Gravitationswechselwirkung. In einem solchen Fall ist es nicht möglich, die anziehende Kraft unabhängig von der Masse der Körper zu ändern.

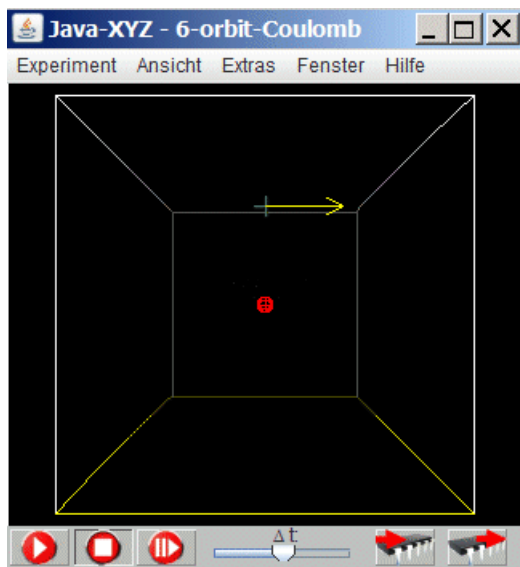


Fig 6.5. Simulation "6-Orbit-Coulomb"

Wird die Wechselwirkung jedoch als Coulombkraft ohne Gravitation simuliert, so gibt es nur die träge Masse, die unabhängig von der einwirkenden Kraft variiert werden kann. Hierdurch ergeben sich ein paar interessante und erhellende Fragestellungen.

Wie wird sich die Bahn des umlaufenden Körpers verändern, wenn seine (träge) Masse oder die Ladung unabhängig von einander verändert werden?

Interessante Werte sind:

$q=10$; $m = 13$

$q=13$; $m=10$

$q=13$; $m=13$ oder $q=n$; $m=n$

6.5. Bewegung eines Planeten im Gravitationsfeld eines Zentralkörpers

In der Simulation "6-Orbit-Gravitation" wird ein kleiner Körper dargestellt, der sich im Schwerfeld eines Zentralkörpers bewegt. (Massenverhältnis $1:10^5$).

In der Ausgangssituation ist die Geschwindigkeit derart vorgegeben, dass der Körper eine Kreisbewegung ausführt.

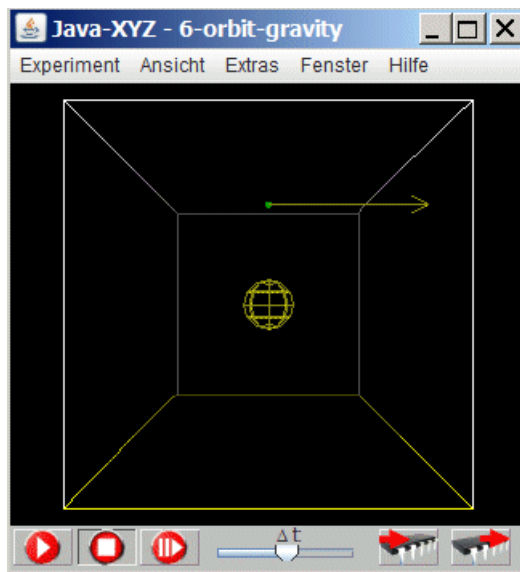


Fig 6.6. Simulation "6-Orbit-Gravitation"

Man kann auch sagen: Der umlaufende Körper wird zwar von dem Zentralkörper angezogen, fällt aber wegen seiner Tangentialgeschwindigkeit beständig an dem Zentralkörper vorbei.

Wie wird sich die Bahn des umlaufenden Körpers verändern, wenn die Masse des kleinen Körpers verändert wird?

Wird sie gleich bleiben, sich verengen oder erweitern?

Sofern sie gleich bleibt, warum?

6.6. Fallender Apfel und umlaufender Mond - Ein Vergleich

Wenn ein Apfel vom Baum fällt, so bewegt er sich senkrecht zur Erdoberfläche. Denkt man sich die Erde als stillstehend, so bewegt sich der Mond auf einer nahezu kreisförmigen Bahn um die Erde. Diese beiden Bewegungen unterliegen dem gleichen Gesetz. Im folgenden wird geklärt, wodurch sie sich unterscheiden.

Die Simulation zeigt zunächst einen Satelliten oberhalb eines Zentralkörpers, z.B. der Erde, der senkrecht abstürzt, da er keine horizontale Geschwindigkeit besitzt.

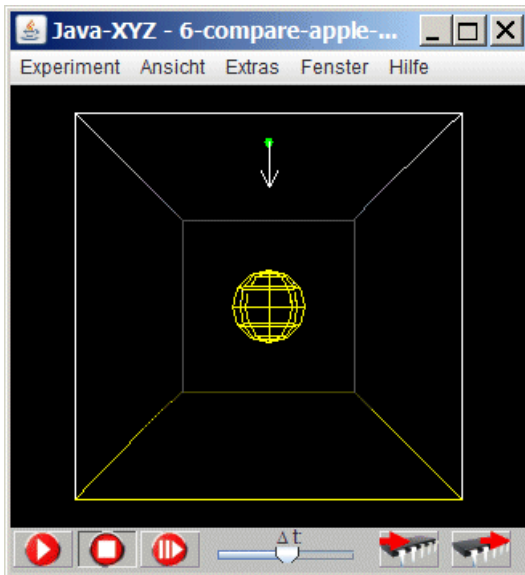


Fig 6.7. Simulation "6-Apfel-Mond-Vergleich"

Wenn nun schrittweise die Geschwindigkeit v_x tangential zur Erdoberfläche erhöht wird, bewegt sich der Satellit auf parabelartigen Fallkurven, bis sich schließlich elliptische Umlaufbewegung um den Zentralkörper ergeben und als Spezialform eine kreisförmige Bahn.

Die Simulation kann als Hilfe dienen bei der Beantwortung der folgenden Fragen:

- Welche Größe muß geändert werden, um von einem senkrechten Fall zu einer Umlaufbahn zu gelangen?
- Welche Gemeinsamkeit besteht zwischen der Bewegung eines Apfels, der vom Baum fällt und der des Mondes, der um die Erde kreist?

6.7. Satellitenbahn und Bahngeschwindigkeit

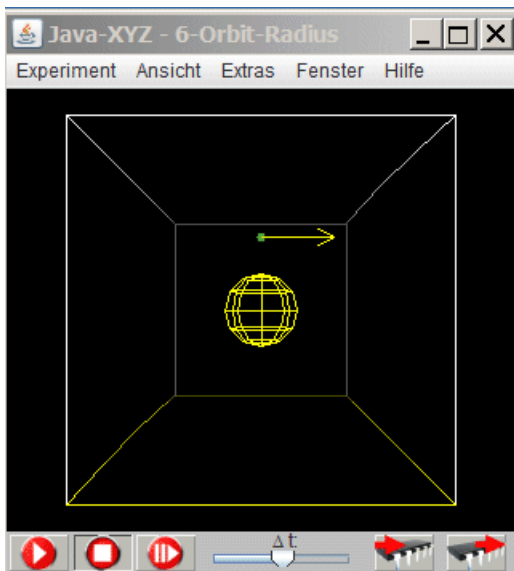


Fig 6.8. Simulation "6-Radius-Geschwindigkeit"

Die Simulation "6-Radius-Geschwindigkeit" zeigt ein um einen Zentralkörper kreisendes Teilchen mit einer Bahngeschwindigkeit von 200 Einheiten und einem Bahnradius von 400 Einheiten. Wird der Bahnradius vergrößert, so ist für eine kreisförmige Bahn eine Geschwindigkeitsänderung erforderlich.

Die zu einem bestimmten Radius passende Geschwindigkeit kann durch mehrfaches Probieren herausgefunden werden. Effizienter kommt man durch Rückgriff auf die Theorie zum Ziel.

Rechnung

Zur Lösung der gestellten Aufgabe muß man wissen, welche Kraft und welche Beschleunigung bei einer Kreisbewegung auftreten.

Diese Kraft nennt man Zentripetalkraft (F_Z). Sie muß bei einer Kreisbewegung vorhanden sein und ist stets auf den Kreismittelpunkt gerichtet. Die Beschleunigung nennt man Radialbeschleunigung a_R , da sie ebenfalls auf den Kreismittelpunkt, also längs eines Radius der Kreisbahn ausgerichtet ist.

Für F_Z und a_R gilt wie immer in der Mechanik das Newtonsche Grundgesetz $F_Z = m a_R$

Die Beziehung zwischen Radialbeschleunigung, Bahngeschwindigkeit v und Bahnradius R lautet: $a_R = v^2/R$.

Somit gilt für die Zentripetalkraft:

$F_Z = \frac{m^{(tr)} \text{Satellit} v^2}{R}$. Diese Zentripetalkraft wird realisiert durch die Gravitationskraft zwischen kreisendem Körper und Zentralkörper. Aus dem universellen Gravitationsgesetz folgt:

$$F_{1,2} = -F_{2,1} = \gamma \frac{m^{(s)}_1 m^{(s)}_2}{R_{1,2}^2}.$$

Bezogen auf einen um die Erde kreisenden Satelliten ergibt sich:

$$F_{(Erde, \text{Satellit})} = \gamma \frac{M^{(s)}_{Erde} m^{(s)}_{\text{Satellit}}}{R_{(Erdzentrum, \text{Satellit})}^2}$$

Dabei wird die theoretisch begründbare Tatsache zugrunde gelegt, dass ein kugelförmiger Körper (wie z.B. die Erde) nach außen so wirkt, als ob sich die gesamte Materie im Zentrum befindet. Der Abstand R muß also vom Erdzentrum aus gemessen werden.

Da die für eine Kreisbahn notwendige Zentripetalkraft durch diese Gravitationskraft realisiert wird, gilt:

$$F_{(Erde, \text{Satellit})} = F_Z$$

$$\gamma \frac{M^{(s)}_{Erde} m^{(s)}_{\text{Satellit}}}{R_{(Erdzentrum, \text{Satellit})}^2} = \frac{m^{(tr)} \text{Satellit} v^2}{R_{(\text{Satellitenbahn})}}$$

Da träge und schwere Masse eines jeden materiellen Körpers proportional zueinander sind und in gleichen Einheiten gemessen werden, gilt:

$$\gamma \frac{M^{(s)}_{Erde}}{R_{(Erdzentrum, \text{Satellit})}^2} = \frac{v^2}{R_{\text{Bahn}}}$$

Mit $R_{(Erdzentrum/\text{Satellit})} = R_{(\text{Bahn})}$ und aufgelöst nach v ergibt sich:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M^{(s)}_{Erde}}{R_{(Erdzentrum, \text{Satellit})}}} \quad v \sim \sqrt{\frac{1}{R}}$$

Ist die Geschwindigkeit v_1 für einen bestimmten Radius R_1 bekannt und wird die Geschwindigkeit v_2 für einen Radius R_2 gesucht, so gilt:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Beispiel: Aus $R_2/R_1 = 2$ folgt: $v_1 = v_2 \sqrt{2}$.

Die Simulation erlaubt, diese Rechnung zu überprüfen, indem passende Werte von R und v bestimmt und im Fenster "Teilchen Inspektor" eingegeben werden.

7. Stoßprozesse und Impulserhaltung

7.1. Einführung

Im folgenden Kapitel werden Stoßprozesse behandelt, bei denen die physikalische Größe „Impuls“ p eine wichtige Rolle spielt.

Der Impuls als physikalischer Begriff ist definiert als das Produkt von Masse m und Geschwindigkeit v : $p=mv$.

Wie bei der Energie existiert ein Erhaltungssatz des Impulses, der ebenfalls universelle Gültigkeit besitzt.

Der Begriff des Impulses, der sowohl in der klassischen wie auch in der modernen Physik eine hohe Bedeutung besitzt, wird im folgenden an Hand von Zusammenstößen von Teilchen eingeführt und erläutert.

Das unter <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/kollision.flv> herunterzuladende Video zeigt einen solchen Zusammenstoß zweier metallischer Vollkugeln und anschließend einen fließenden Übergang zu der entsprechenden Simulation.

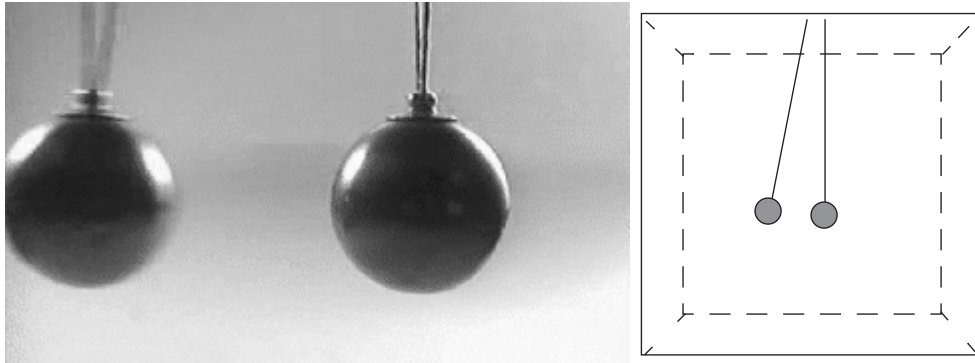
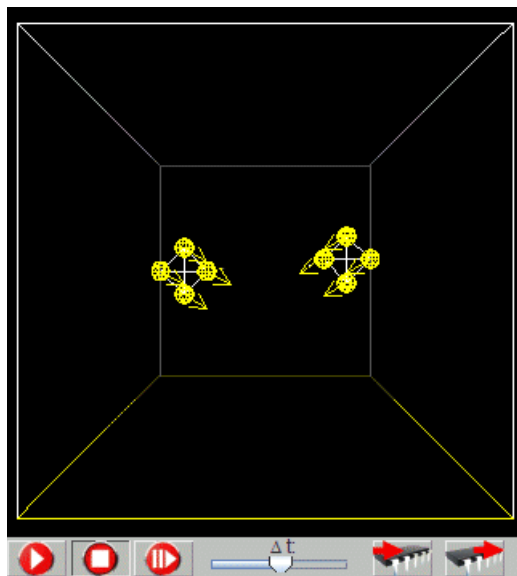


Abb. 7.1.: Zusammenstoß zweier Metallkugeln und Darstellung in einer Simulation

Die folgende Simulation erlaubt eine detaillierte Untersuchung solcher Stoßprozesse.

Wenn immer möglich sollten Realexperimente diese Untersuchungen begleiten, sei es mit Schlitten auf einer Luftkissenbahn oder mit Vollkugeln - wie im Video zu sehen.

7.2. Stoßprozesse mit realistischen Körpern



Die Simulation "7-Kollision-real" zeigt einen Stoß zwischen zwei Körpern, die als ausgedehnte, elastische Körper modelliert wurden, bestehend aus vier mit Federn verbundenen Teilchen. In der Regel ändern bei einem Zusammenstoß die Stoßpartner Betrag und Richtung ihrer jeweiligen Geschwindigkeit und es werden innere Schwingungen angeregt. Außerdem können die Körper in Rotation versetzt werden.

Rotation und innere Schwingungen absorbieren Energie und überlagern und verschleiern somit die für Stoßprozesse maßgebenden Prinzipien. Deshalb sollten zunächst Stoßexperimente so gestaltet werden, dass Rotationen vermieden werden.

Fig 7.2.Simulation "7-Kollision-real"

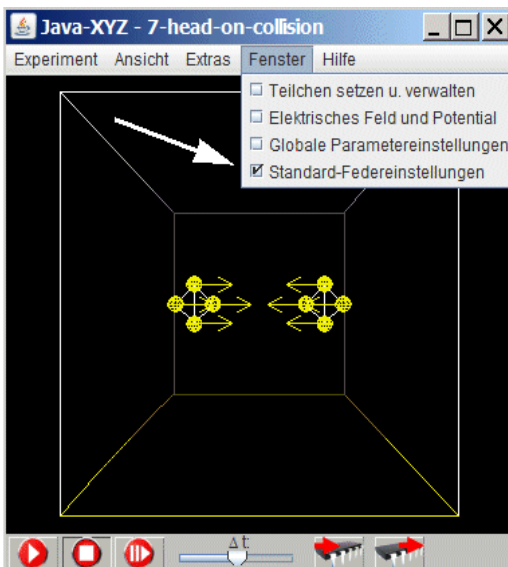


Fig 7.3. Simulation "7-Zentraler Stoß"

Wird die Steifheit der Körper durch größere Werte für D erhöht, so wird deutlich, wie innere Schwingen vernachlässigbar werden.

Interessante Werte für die Federkonstante D sind:

$D = 10; 50; 100; 500; 1000; 2000$ Einheiten

Zur Benutzerschnittstelle.

Die Federkonstante D für alle zu setzenden Federn wird in dem Fenster "Standard-Federeinstellungen" festgelegt.

Dieses Fenster ist über ein Untermenü des Menüs "Fenster" in der Menüleiste von JavaXYZ zugänglich (Abb.6.3.).

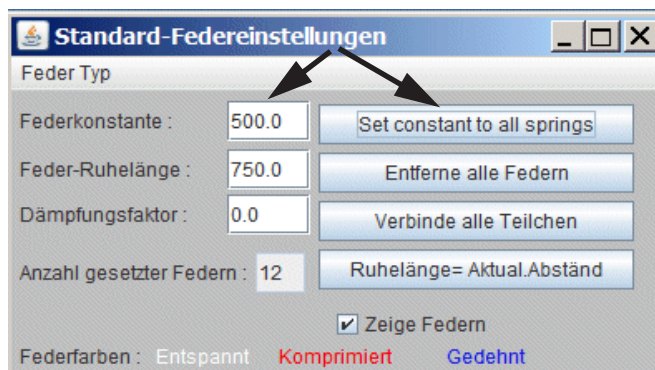


Fig 7.4. Festlegen von D für alle Federn

7.3. Stoßprozesse mit idealistischen starren Körpern

Die mathematische Behandlung von Stoßprozessen basiert auf dem Modell des starren Körpers als einer Idealisierung, bei der innere Schwingungen völlig vernachlässigt werden können.

Die Teilchen in der folgenden Simulation werden als solche starren Körper modelliert. Dies bedeutet, dass die elastischen Verformungen während eines Zusammenstoßes keine Energie absorbieren und dass keine inneren Schwingungen angeregt werden.

Rotationen können vermieden werden, wenn die Körper zentral aufeinander stoßen, wie die Simulation "7-zentraler_Stoß" zeigt.

Die Auswirkungen innerer Schwingungen lassen sich reduzieren, indem die Körper steifer gemacht werden.

Ist die Steifheit groß genug, so kann man die Auswirkungen der inneren Schwingungen vernachlässigen und die Stoßpartner als starre Körper behandeln.

Dennoch müssen sich die Körper während des Stoßprozesses elastisch verhalten. Die Bezeichnung „starrer Körper“ bedeutet somit: ein Körper ist sehr, sehr elastisch aber gleichzeitig sehr, sehr steif.

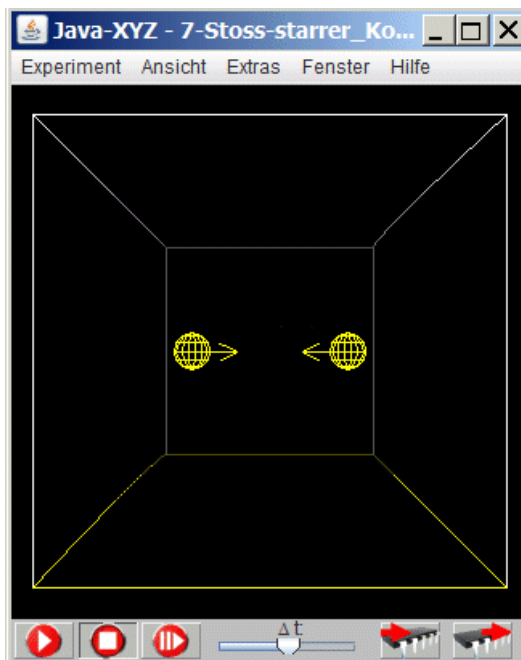
Eine Anwendung der numerisch eingegebenen Federkonstanten für alle schon gesetzten Federn erfolgt durch Aktivieren der entsprechenden Taste in dem Fenster "Standard-Federeinstellungen" (Abb.7.4.)

Dagegen sind die Kubuswänden als völlig unelastisch modelliert, so dass die Teilchen bei einem Zusammenstoß sämtliche Energie verlieren.

Die Simulation "7-Stoss-starrer_Koerper" bietet die Möglichkeit, Stoßprozesse zu untersuchen, in dem sowohl die x-Komponente der Geschwindigkeit der Teilchen als auch ihre Masse variiert werden.

Um die gezeigten Ergebnisse zu deuten, ist die Kenntnis von zwei Erhaltungsgesetzen erforderlich, dem Gesetz von der Erhaltung der Energie und dem Gesetz von der Erhaltung des Impulses. (Ableitung dieser Gesetze und Definition dieser Größen findet sich in jedem Lehrbuch)

7.4. Erhaltung des Impulses



Der Impuls p ist definiert als Produkt von Geschwindigkeit und Masse: $p = m v$.

Für jedes einzelne Teilchen ändert sich daher der Impuls, wenn sich bei einem Zusammenstoß die Geschwindigkeit ändert. Es zeigt sich jedoch, dass der gesamte Impuls - die Summe aller einzelnen Impulse - bei einem Stoßprozess erhalten bleibt.

Bei der oben angegebenen Simulation gibt es eine Ausnahme und zwar bei einem Zusammenstoß mit der Teilchen mit den Wänden des Kubus. Diese Wände sind als völlig unelastisch modelliert und als hätten sie eine unendlich große Masse. Deshalb können die Wände jeden Impuls der Teilchen absorbieren indem sie mit unendlich kleiner Geschwindigkeit zurückweichen.

Fig 7.5. Simulation "7-Stoss-starrer_Koerper"

Zur Bestimmung eines Gesamtimpulses müssen Einzelimpulse addiert werden. Dabei ist zu beachten, dass der Impuls eine vektorielle Größe ist. Er besitzt neben einem Betrag immer auch eine Richtung und für jeder Richtung zwei Orientierungen, die als positiv (+) oder negativ (-) gekennzeichnet werden. Zum Beispiel ist der Gesamtimpuls zweier gleich großer Teilchen mit den entgegengesetzt orientierten Geschwindigkeiten $+v$ und $-v$ gleich Null (Gesamtimpuls $p = +p_1 + -p_1 = 0$).

Die folgende Tabelle gibt das Ergebnis verschiedenen Stoßprozesse wieder und zeigt, dass der Gesamtimpuls bei jedem Stoßprozess erhalten bleibt.

Der Index 1 bezieht sich auf die Zeitspanne vor und 2 auf die Zeitspanne nach dem Stoß.

#	m_1	v_1 t_1	p_1 t_1	v_1 t_2	p_1 t_2	m_2	v_2 t_1	p_2 t_1	v_2 t_2	p_2 t_2	p_1+p_2 t_1	p_1+p_2 t_2
1	1	100	100	0	0	1	0	0	100	100	100	100
2	1	100	100	-100	-100	1	-100	-100	100	100	0	0
3	3	100	300	50	150	1	0	0	150	150	300	300
4	3	100	300	0	0	1	-100	-100	200	200	200	200
5	2	100	200	?	?	1	0	0	?	?	200	?
6	2	100	200	?	?	1	-100	-100	?	?	100	?
7	1	100	100			1000	-100	-10^5	?	?	?	?
...												

*Tabelle 1: Meßprotokoll verschiedener Stoßprozesse;
Index 1= Zeitspanne vor dem Stoß ; Index 2= Zeitspanne nach dem Stoß*

9. Beschleunigung durch Gravitation

9.1. Wie kann ein Planet einen Satelliten beschleunigen?

In den Zeitung und im Fernsehen wird oft berichtet, dass ein Satellit zunächst an einem Planeten vorbeifliegt, um Schwung zu holen und erst danach sein eigentliches Ziel ansteuert. Wie ist dies Schwungholen möglich?

Das Gravitationsgesetz ist zwar eines der geheimnisvollsten Naturgesetze, das wir kennen. Aber es ist doch selbstverständlich, dass die Anziehungskraft zwischen zwei Körpern nicht von der Richtung im Raum abhängt.

Warum wird ein Satellit bei der Annäherung an einen Planeten mehr beschleunigt als er nach dem Vorbeiflug und während der Phase der Entfernung wieder abgebremst wird?

Die Simulation "8-planet-satellit" bietet die Möglichkeit, diese Frage näher zu untersuchen. Es sind zwei kugelförmige Körper (Satellit und Planet) mit einem Masseverhältnis von 1/200000 dargestellt, die sich gegenseitig anziehen.

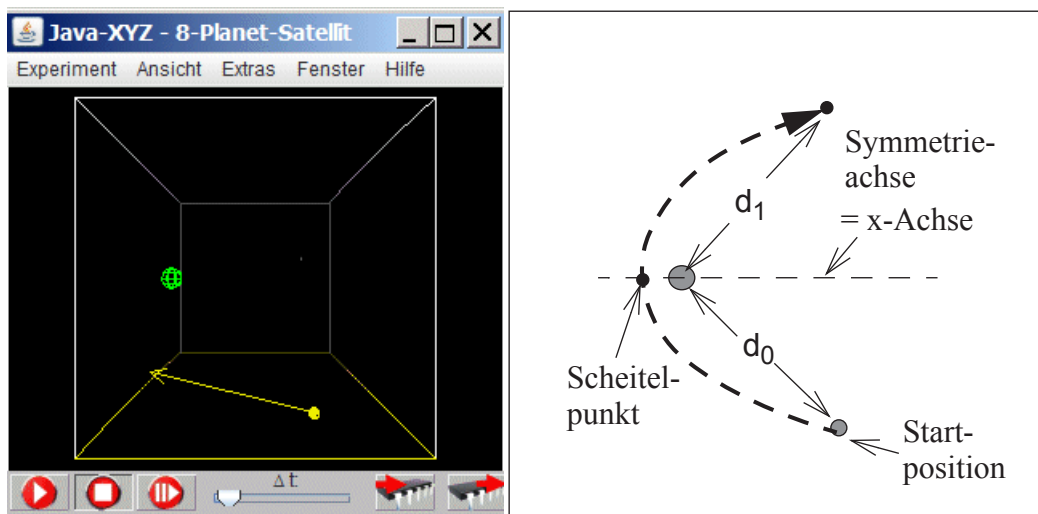


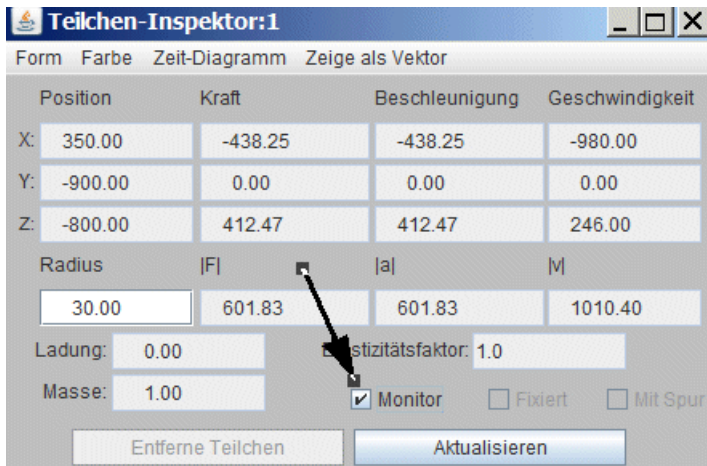
Abb.9.1.: Simulation "8-planet-satellite"

1. Fall: Planet in Ruhe (relativ zum Satelliten beim Start)

In einem solchen Fall kann wegen der Kugelsymmetrie der Gravitationskraft kein Geschwindigkeitszuwachs erwartet werden. Die Geschwindigkeitszunahme während der Annäherung wird ausgeglichen durch die Abnahme nach dem Vorbeiflug und wachsender Entfernung. Übereinstimmend mit diese Aussage zeigt die Simulation, dass die Geschwindigkeit des Satelliten wieder genau so groß ist wie in der Ausgangsposition, sobald nach dem Vorbeiflug wieder der gleiche Abstand erreicht worden ist ($d_0 = d_1$).

Hinweis: Um eine genaue Messung durchzuführen, kann die Simulation schrittweise dem Punkt angenähert werden, bei dem nach dem Vorbeiflug wieder der Ausgangsabstand erreicht worden ist.

Zur Benutzerschnittstelle



Die Koordinaten der Position des Satelliten können kontinuierlich angezeigt werden. Dies Funktion ist kann im Fenster "Teilchen Inspektor" aktiviert werden.

Abb.9.2.: Aktivierung der Monitor-Funktion

2. Fall: Planet in Bewegung (relativ zum Satelliten beim Start)

Die Situation ändert sich, wenn der Planet nicht ruht, sondern sich relativ zum Satelliten beim Startbewegt. Durch die Bewegungsrichtung des Planeten wird eine Symmetrieachse vorgegeben und je nach dem, wie sich der Planet relativ zu dieser Symmetrieachse bewegt, wird der Satellit nach dem Vorbeiflug entweder schneller oder langsamer.

Frage: Angenommen der Planet in der oben dargestellten Situation bewegt sich auf der x-Achse nach rechts und der Satellit besitzt im Punkt $P(0)$ einen Abstand d_1 zum Planeten sowie eine Geschwindigkeit $v(0)$. Wird er sich nach dem Vorbeiflug mit einer größeren oder kleineren Geschwindigkeit als $v(0)$ bewegen, wenn er wieder die gleiche Entfernung $d_1 = d_0$ zum Planeten erreicht hat?

Bei der Suche nach einer Antwort kann es hilfreich sein zu bedenken, dass die gesamte Energie und der gesamte Impuls des Systems Planet/Satellit erhalten bleibt.

9.2. Erhaltung von Energie und Impuls

Wann wird der Satellit schneller, wann langsamer?

Diese Frage läßt sich auf der Grundlage der Erhaltungssätze von Energie und Impuls beantworten.

Aus dem Erhaltungssatz der Energie folgt, dass sich der Planet verlangsamen muß, damit der Satellit schneller werden kann oder umgekehrt.

Um aus dem Erhaltungssatz des Impulses Schlüsse zu ziehen, müssen zwei Fälle unterschieden werden.

- 1. Bei Annäherung an den Planeten hat die x-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten die entgegengesetzte Orientierung wie die entsprechende Geschwindigkeitskomponente des Planeten. Dies bedeutet, dass der Gesamtimpuls des systems kleiner ist als der Impuls des Planeten.
- 2. Bei Annäherung an den Planeten hat die x-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten die gleiche Orientierung wie die entsprechende Geschwindigkeitskomponente des Planeten. Dies bedeutet, dass der Gesamtimpuls des systems größer ist als der Impuls des Planeten.

In beiden Fällen sei die Orientierung des Impuls des Planeten als positiv festgelegt.

Im ersten Fall würde durch die Richtungsumkehr des Satelliten der Gesamtimpuls größer werden. Eine Konstanz des Gesamtimpulses kann dann nur durch eine kleinere Geschwin-

digkeit des Planeten erreicht werden. Dies bedeutet wiederum, dass die Geschwindigkeit des Satelliten größer werden muß.

Im zweiten Fall würde durch die Richtungsumkehr des Satelliten der Gesamtimpuls kleiner werden. Eine Konstanz des Gesamtimpulses kann dann nur durch eine größere Geschwindigkeit des Planeten erreicht werden. Dies bedeutet wiederum, dass die Geschwindigkeit des Satelliten kleiner werden muß.

Zu dieser Erklärung auf einen abstrakten Niveau kann mit Hilfe der Simulation "Planet-Satellit-Beschleunigung" eine konkretere Erklärung erarbeitet werden.

9.3. Beschleunigung eines Satelliten durch einen Planeten

In der Simulation "Planet-Satellit-Beschleunigung" sind wie bei der vorherigen zwei kugelförmige Körper (Satellit und Planet) mit einem Masseverhältnis von $1/200000$ dargestellt, die sich gegenseitig anziehen. Der Planet bewegt sich in die positive x-Richtung.

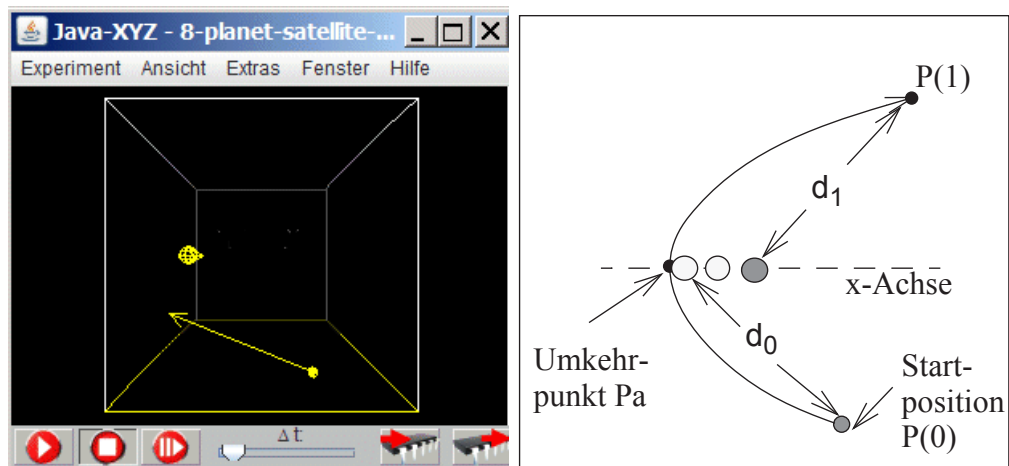


Abb.9.3.: Simulation "Planet-Satellit-Beschleunigung"

Die Simulation zeigt, dass die Geschwindigkeit des Satelliten um nahezu 200 Einheiten vergrößert wurde, wenn der Satellit nach dem Vorbeiflug im Punkt P(1) den Anfangsabstand zum Planeten erreicht hat. Bewegt sich der Satellit jedoch mit der Geschwindigkeit - 100 Einheiten (in die negative x-Richtung), so zeigt die Simulation eine um etwa 200 Einheiten verringerte Geschwindigkeit (bei gleichem Abstand).

Hinweis:

Um eine möglichst genaue Messung zu erreichen, kann die Simulation bei Annäherung an den Umkehrpunkt schrittweise weitergeführt und gleichzeitig der Zeitschritt Δt möglichst klein gewählt werden.

Erklärung

Die Bahn des am Planeten vorbeifliegenden Satelliten ist hyperbelförmig. Die Simulation ist so eingerichtet, dass die Flugbahn weitgehend symmetrisch zur x-Achse verläuft.

Im Umkehrpunkt der Bahn ist der Abstand zwischen Planet und Satellit am kleinsten. Bis zum Erreichen dieses Punktes nähert sich der Satellit dem Planeten, danach wächst der Abstand.

Daraus folgt, dass in diesem Punkt die Geschwindigkeit des Satelliten in Richtung des Planeten - in diesem Fall die x-Komponente - genau so groß sein muß, wie die gleichgerichtete Geschwindigkeit des Planeten, also nahezu 100 Einheiten.

Die x-Komponente der Anfangsgeschwindigkeit des Satelliten $v_x(0)$ ist also um den Betrag $(v_x(0) + 100)$ Einheiten verändert worden und dies in der halben Flugzeit.

Aus Symmetriegründen kann man folgern, dass die gleiche Geschwindigkeitsänderung auch während der zweiten Flugphase eintreten wird, bis der Satellit wieder den Anfangsabstand erreicht hat.

Die Simulation zeigt, dass die x-Komponente in dem Punkt P(1) fast genau um 200 Einheiten vergrößert wurde.

Durch schrittweise Annäherung an den Scheitelpunkt Pa ($d = \min$) kann man sich vergewissern, dass die x-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten den Wert +100 bzw. -100 annimmt, je nachdem, ob die Geschwindigkeit des Planeten positiv oder negativ orientiert ist. Natürlich zeigt die Simulation auch, dass die Geschwindigkeit im Punkt P(1) um etwa 200 Einheiten verringert ist, falls sich der Planet mit der Geschwindigkeit von 100 Einheiten in die -x-Richtung bewegt.

9. Übungen zu Satellitenbahnen

9.1. Zielsetzung

Das räumliche Vorstellungsvermögen ist eine wichtige Fähigkeit und wird oft vorausgesetzt, um physikalische Probleme zu lösen. Dies gilt besonders bei so genannten Gedankenexperimenten oder wenn die Bewegungen von Körpern untersucht werden sollen.

Die folgenden Videos und Aufgaben sind neben ihrem Informationswert als Übungsmaterial gedacht, wobei von der Annahme ausgegangen wird, dass sich das räumliche Vorstellungsvermögen wie jede andere Fähigkeit durch wiederholtes Üben weiterentwickeln läßt.

9.2. Satellitenbahnen in 3- und 2-dimensionaler Darstellung

Das unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/polar_dt.htm herunterzuladende Video zeigt einen um die Erde kreisenden Satelliten und die Projektion der Bahn auf die Erdoberfläche.

Nachdem ein Satellit seine Bahn erreicht hat, ist die Lage der Ebene, in der er umläuft, im Raum stabil, während sich die Erde in 24 Stunden einmal um ihre Polachse dreht. Die Projektionen der Satellitenbahnen ergeben daher angenäherte Großkreise, die bei jedem Umlauf um einen bestimmten Betrag verschoben werden. Die Größe der Verschiebung hängt ab von dem Verhältnis der Umlauf- bzw. Rotationszeiten von Satellit und Erde.

In der 3-dimensionalen Darstellung ist diese Situation einfach zu beschreiben. Die Aufgabe besteht nun darin, sich vorzustellen, wie sich diese projizierte Bahn auf einer zweidimensionalen Weltkarte abbildet.

Das Video zeigt den Übergang von der räumlichen zur 2-dimensionalen Darstellung als einen kontinuierlichen Prozeß. Es ist gedacht als Unterstützung der mentalen Aufgabe, die Beziehung zwischen diesen beiden Darstellungen des gleichen Vorgangs zu erkennen und zu verstehen.

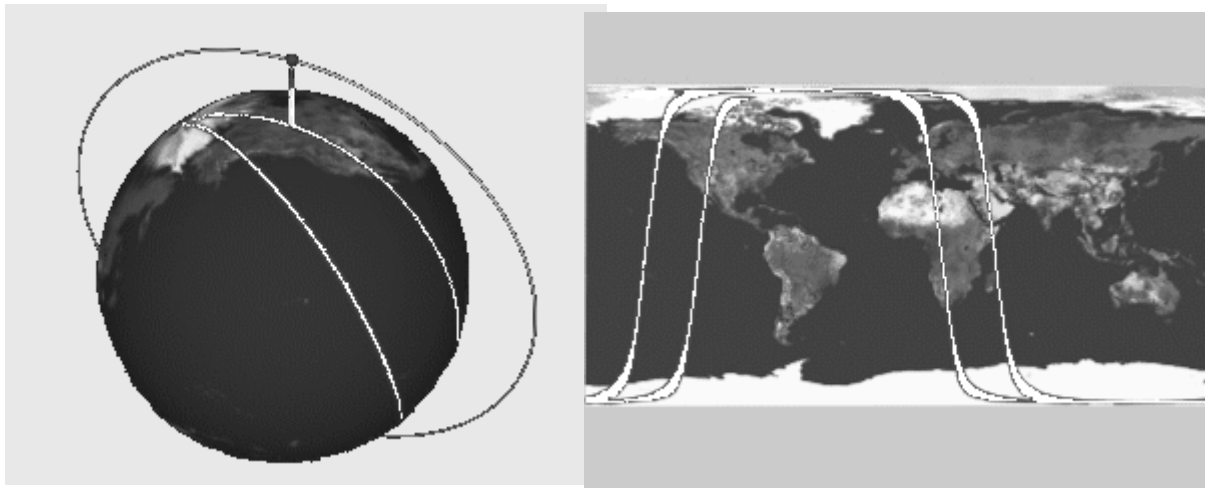


Abb. 9.1.: Simulation eines polaren Satelliten

9.3. Bahn der IRS

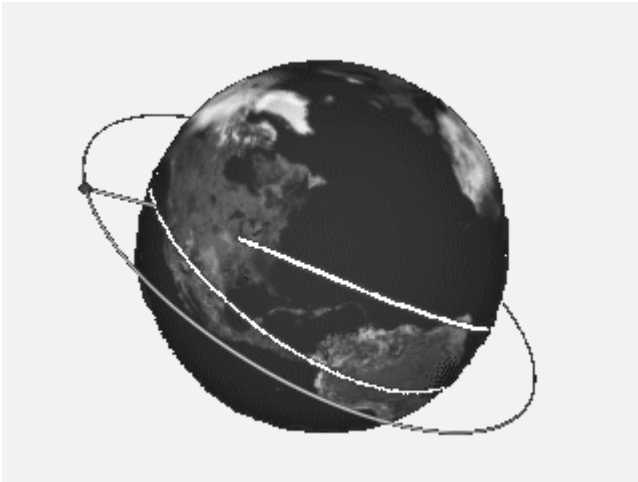


Abb. 9.2.: Video zur Umlaufbahn eines nicht-polaren Satelliten

Im letzten Video wurde ein Satellit gezeigt, der genau über den Nord- und Südpol flog. Die Drehachse der Erde und die Satellitenbahn lagen in der gleichen Ebene.

Die Internationale Raumstation IRS bewegt sich jedoch nicht auf dieser Bahn. Zwischen der Ebene der IRS-Bahn und der Polachse der Erde existiert ein deutlicher Winkel.

9.4. Geostationärer Satellit

Bevor das Video abgespielt wird, sollte man versuchen, sich die Projektion der IRS-Bahn auf der Erdoberfläche und auf der Weltkarte vorzustellen, um dann das Video zur Unterstützung heranzuziehen (herunterzuladen unter <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/irs.htm>).

Im allgemeinen bewegt sich ein Satellit auf einer elliptischen Bahn mit dem Erdmittelpunkt als einem der beiden Fokuspunkte.

Eine spezielle Situation ergibt sich, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- Die Bahn des Satelliten liegt in der Äquatorebene der Erde.
- Die Bahn ist nicht ellipsenförmig sondern genau kreisförmig.
- Der Radius der Bahn ist so groß, dass der Satellit 24 Stunden für einen Umlauf benötigt.

Sind diese Bedingungen erfüllt, so ist der Satellit geostationär, das heißt, seine Projektion bewegt sich nicht relativ zur Erdoberfläche, sondern bleibt immer an der gleichen Stelle.

Eine Berechnung des Bahnradius eines geostationären Satelliten ist unten angegeben.

Von der Erde aus gesehen erscheint der Satellit immer unter einem konstanten Winkel und kann daher als Überträger von Fernsehprogrammen dienen.

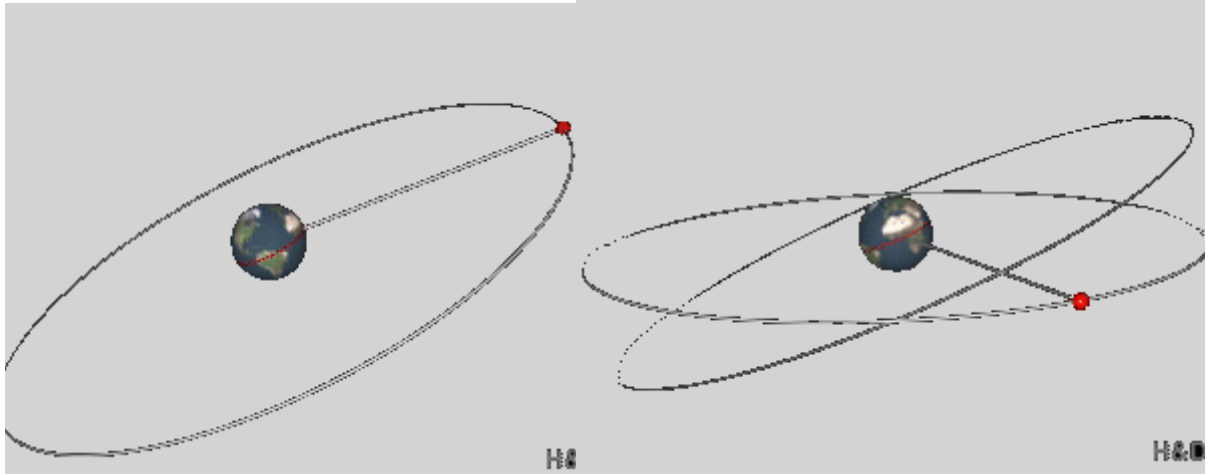


Abb. 9.3.: Video zur Umlaufbahn eines geostationären Satelliten

(http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/geo_1_dt.htm)

In diesem Video wird eine Frage gestellt, die eine große Anforderung an das räumliche Vorstellungsvermögen stellt. Eine Antwort zu dieser Frage bietet das nächste Video (http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/geo_2_dt.htm)

Als Übung zum räumlichen Vorstellungsvermögen mag es angebracht sein, an Hand eines realen Globus und einem Modellsatelliten schrittweise nachzuvollziehen, wie sich die im zweiten Video gezeigte Kurve entwickelt.

Zusätzlich kann man versuchen herauszufinden, welche Kurve sich ergeben wird, wenn sich die Bahn eines geostationären Satelliten ein wenig zu einer Ellipse verändert.

Berechnung des Radius eines geostationären Satelliten

Ein geostationärer Satellit vollendet einen Umlauf in $t = 24$ Stunden.

Die Anziehungskraft zwischen Satellit und Erde muß der Zentripetalkraft entsprechen, die für die kreisende Bewegung des Satelliten notwendig ist.

Mit diesen Angaben kann der Radius R der Bahn eines geostationären Satelliten wie folgt bestimmt werden:

$$F_{\text{Gravitation}} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} \quad F_{\text{Zentripetal}} = m_1 \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$\gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{v^2}{R} \quad v = \frac{2\pi \cdot R}{t}$$

$$\gamma \cdot \frac{m_2}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{t^2} \quad R^3 = \frac{\gamma \cdot m_2 \cdot t^2}{4\pi^2}$$

$$\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \quad m_2 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (t = 60 \cdot 60 \cdot 24 = 86400 \text{ s})$$

$$R^3 = \frac{6,7 \cdot 6 \cdot 75}{4 \cdot 9,8} 10^{-11 + 24 + 8} = 76,9 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$$

$R \sim 4,3 \cdot 10^7 \text{ m} = 43000 \text{ km}$; $R_{\text{Erde}} \sim 6300 \text{ km}$; Entfernung_{Erdoberfläche - Satellit} $\sim 36700 \text{ km}$

9.5. Molniya Satellit

Von den nördlichen Gebieten unserer Hemisphäre aus sind die geostationären Satelliten nicht sichtbar.

Das unter http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/molniya_dt.htm herunterzuladende Video zeigt, wie die Bahnen der so genannten Molniya-Satelliten gewählt wurden, damit sie während eines Teils ihres Umlaufes als quasistationär angesehen werden und entsprechende Funktionen übernehmen können.

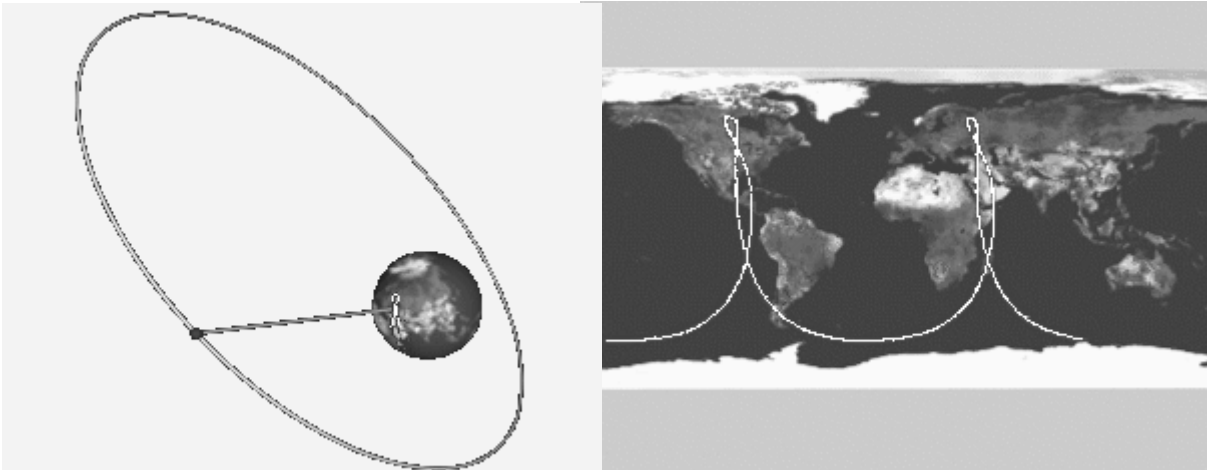


Abb. 9.4.: Video zur Bahn eines Molniya-Satelliten

Drei solcher Satelliten, verteilt auf der gleichen Bahn, genügen, um eine kontinuierliche Übertragung sicherzustellen.

10. Schwingungen

10.1. Grundbedingungen

Jedes System, das Schwingungen ausführt, besitzt zwei dafür notwendige Bedingungen.

- 1. Es besitzt eine Gleichgewichtslage.
- 2. Wenn das System aus dieser Gleichgewichtslage entfernt wird, treten Kräfte auf, die so gerichtet sind, dass sie das System in die Gleichgewichtslage zurücktreiben.

10.2. Harmonische Schwingung

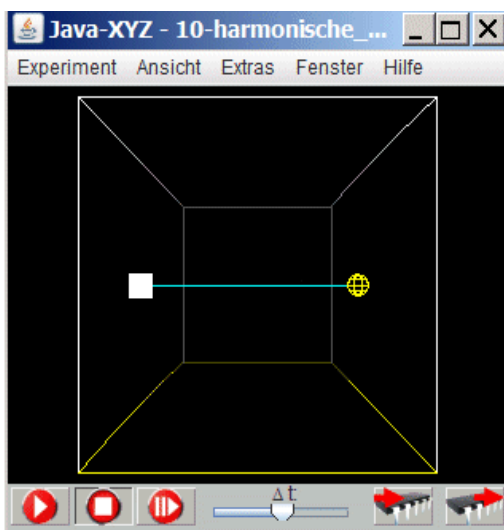
Ein Sonderfall einer so genannten harmonischen Schwingung liegt vor, wenn die rücktreibenden Kräfte proportional zu der Auslenkung aus der Gleichgewichtslage sind.

Für eine Feder gilt nach dem Hookschen Gesetz, dass die Federkraft proportional zur Auslenkung der Feder ist.

$$F = D \cdot s \quad (D = \text{Federkonstante})$$

Damit ist die Bedingung für eine harmonische Schwingung erfüllt. Ein System, das durch eine Federkraft in Schwingungen versetzt wird, ist ein so genannter harmonischer Oszillator und führt eine harmonische Schwingung durch.

Die Simulation „10-harmonische_Schwingung“ demonstriert eine solche durch eine Feder angetriebene harmonische Schwingung.



Werden die Federkonstante D und die Masse des schwingenden Körpers m in möglichst systematischer Weise geändert, so läßt sich die Abhängigkeit der Schwingungsdauer T von der Masse bestimmen.

Wenn möglich sollte diese Simulation anhand von entsprechenden Realexperimenten überprüft werden.

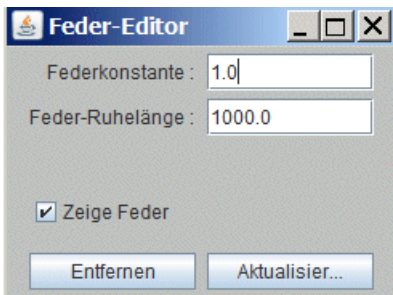
Weitere Informationen und Erklärungen finden sich im nächsten Abschnitt.

Abb. 10.1.: Simulation "10-harmonische_Schwingung"

Zur Benutzerschnittstelle

Eine Feder, die zwei Teilchen verbinden soll, kann gesetzt werden indem

1. die "Shift"-Taste gedrückt wird und
2. ein Teilchen mit gedrückter linker Maustaste angewählt und die Taste über dem anderen Teilchen losgelassen wird.



Wird dieser Vorgang über einer schon gesetzten Feder wiederholt, so öffnet sich der "Feder Editor" in dem u.a. die Federkonstante eingegeben werden kann.

10.3. Harmonischer Oszillator -Projektion einer Kreisbewegung

Die Simulation "10-HO-Kreisbewegung" zeigt eine harmonische Schwingung und eine gleichmäßige Kreisbewegung. Es wird deutlich, dass eine strenge Übereinstimmung zwischen diesen beiden Bewegungen existiert.

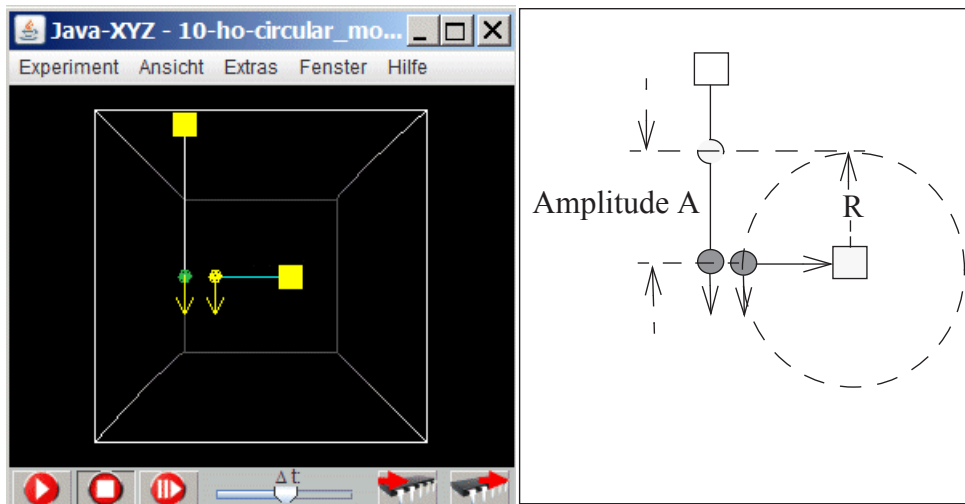


Abb. 10.2.: Simulation "10-HO-Kreisbewegung";
Harmonischer Oszillator und gleichförmige Kreisbewegung

Die Bewegung eines harmonischen Oszillators kann aufgefaßt werden als eine lineare Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung.

Für eine gleichförmige Kreisbewegung gilt:

$$\text{Periode } T = 2 \pi R / v$$

Für die Zentripetalkraft gilt:

$$F_c = m v^2 / R$$

Da sich beide Körper in jedem Augenblick auf der gleichen vertikalen Position befinden, muß die beschleunigende Kraft in dieser Richtung in jedem Augenblick für beide Körper gleich groß sein.

Deshalb gilt für die höchste oder tiefste Position:

$$F_c = F_{\max} = D A$$

Mit $R = A$ erhält man durch Einsetzen und Umordnen:

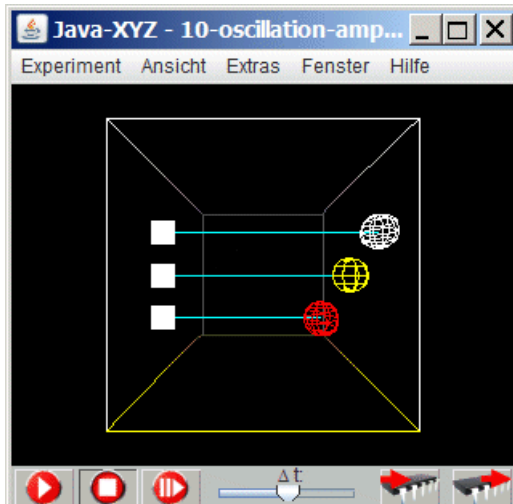
$$D \cdot A = \frac{m \cdot v^2}{A} \quad A = \sqrt{m/D} \cdot v$$

$$v = \frac{A}{\sqrt{m/D}} \quad T = \frac{2\pi A}{v} = 2\pi \sqrt{m/D}$$

Damit ist die Beziehung $T \sim \sqrt{m/D}$ abgeleitet, die der vorherigen Simulation zugrunde lag.

Diese Beziehung besagt weiterhin, dass die Periode T eines harmonischen Oszillators nicht von der Amplitude und damit auch nicht von der Geschwindigkeit abhängt, mit der die Schwingung aus der Gleichgewichtslage heraus gestartet wird.

10.4. Amplitude und Schwingungsdauer



Wie schon erwähnt ist die Periode einer harmonischen Schwingung unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der die Schwingung aus der Gleichgewichtslage heraus gestartet wird.

Obgleich diese Aussage exakt nur für harmonische Oszillatoren zutrifft, kann man sie angenähert auch auf andere schwingende Objekte anwenden.

Abb. 10.3.: Simulation "10-HO-Amplitude"

Wird zum Beispiel mit einem Weinglas angestoßen, so beginnt es zu vibrieren und überträgt diese Schwingung auf die umgebende Luft. Wir hören diese Schwingungen als höheren oder tieferen Ton, je nach dem wie schnell das Glas schwingt.

Die Tonhöhe, die durch die Dauer einer Schwingung bestimmt wird, ist immer die gleiche, unabhängig davon wie stark das Glas angestoßen wurde.

Ein bestimmtes Glas (mit dem gleichen Inhalt) erzeugt immer den gleichen Ton.

Allgemein: Die Zeitdauer für eine Schwingung oder die Frequenz (Anzahl von Schwingungen pro Zeiteinheit) T ist nicht von der Amplitude der Schwingung abhängig. Diese Zeitdauer ist eine Eigenschaft eines schwingungsfähigen Systems und ist nur abhängig von der Masse m des schwingenden Körpers und der Federkonstante D der rücktreibenden Kraft.

Die Simulation "10-HO-Amplitude" demonstriert diese Tatsache.

10.5. Pendelbewegungen

Allgemeine Eigenschaften

Die Bewegung eines Pendels ist in verschiedener Hinsicht von Interesse.

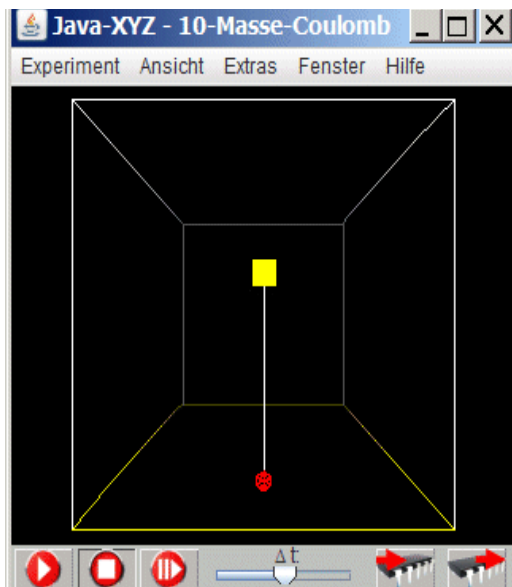
- Für lange Zeit wurde die Bewegung eines Pendels z. B. dazu benutzt, die kontinuierlich ablaufende Zeit in gleiche Abschnitte einzuteilen und somit den Lauf von Uhren zu steuern.
- Die rücktreibenden Kräfte, die bei einem Pendel auftreten, erfüllen für kleine Amplituden näherungsweise die Bedingung für eine harmonische Schwingung: sie ändern sich näherungsweise linear mit der Auslenkung. Deshalb führt ein Pendel für kleine Amplituden näherungsweise eine harmonische Schwingung aus.
- Ein Pendelkörper bewegt sich auf einer Kreisbahn und somit treten Radialbeschleunigungen und Zentripetalkräfte auf.

- Ein Pendel unterliegt dem Einfluß der Schwerkraft und somit lassen sich gewisse Analogien zum freien Fall herstellen.

Alle diese Aspekte machen das Pendel zu einem interessanten Objekt, um diese verschiedenen Gesetze und Phänomene im Zusammenwirken zu untersuchen.

10.6. Schwingungsdauer und Masse des Pendelkörpers

Die beiden Simulationen "10-Masse-Coulomb" und "10-Masse-Gravitation" simulieren beide die Bewegung eines Pendelkörpers. Sie unterscheiden sich durch die Art der einwirkenden Kraft.



In der ersten Simulation wird - wie der Name andeutet - die Kraft durch ein elektrostatisches Feld in $-z$ -Richtung (nach unten) erzeugt, das auf den geladenen Pendelkörper einwirkt. In der zweiten Simulation wirkt statt des elektrischen ein Gravitationsfeld. Interessant und lehrreich ist der Unterschied, der sich zeigt, wenn die Masse des Pendelkörpers verändert wird. Während sich bei der ersten Simulation die Veränderung der Masse deutlich auswirkt, hat in der zweiten Simulation die Masse keinen Einfluß auf die Dauer einer Pendelbewegung.

Abb. 10.4.: Simulation "10-Masse-Coulomb"

Anmerkung:

Die leichten Zitterbewegungen, die bei deutlicher Veränderung der Masse sichtbar werden, sind der Tatsache geschuldet, dass bei einer solchen Änderung die Feder in der Ausgangssituation vorgespannt ist. Im Programm JavaXYZ lassen sich keine starren ausgedehnten Körper simulieren.

Die Erklärung dafür, dass bei einem Pendel im Gravitationsfeld die Masse des Pendelkörpers keinen Einfluß auf die Schwingungsdauer hat, ist in dem Einfluß der schweren Masse zu suchen. Im Gravitationsfall kompensiert die schwere Masse die Wirkung der trägen Masse. In einem reinen elektrischen Feld fehlt die schwere Masse und es wirkt allein die träge Masse.

Die Unabhängigkeit der Pendelschwingung von der Masse des Pendelkörpers kann mit relativ einfachen Mitteln experimentell überprüft werden.

10.7. Pendel und Harmonischer Oszillator

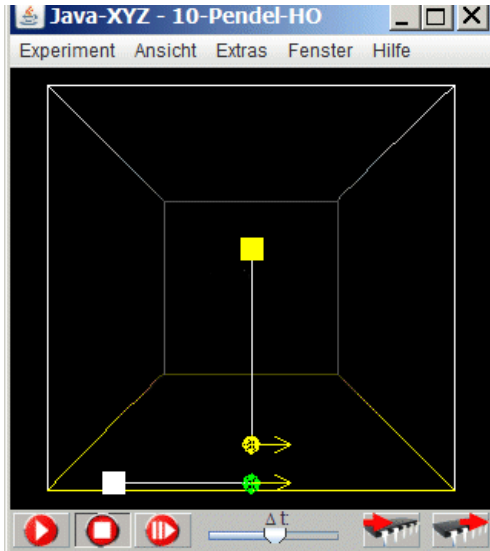


Abb. 10.5.: Simulation "Pendel-HO"

Die Erklärung liegt - wie schon im vorangehenden Kapitel erläutert- in dem Unterschied hinsichtlich der antreibenden Kraft.

Bei einem von einer Feder angetriebenen harmonischen Oszillator bleiben die rücktreibenden Kräfte gleich groß, wenn sich die Masse des schwingenden Körpers ändert. Es wirkt nur die träge Masse

Bei einem Pendel ist die Erdanziehung die treibende Kraft. Es kompensieren sich die träge und die schwere Masse in ihren Auswirkungen auf die Pendelschwingung.

Für die Funktion von Pendeluhren war es wichtig, dass das Gewicht des Pendelkörpers auf den Gang der Uhr keinen Einfluß hatte. Deshalb konnten Form und Gewicht dieser Pendelkörper nach Belieben geformt werden.

10.8. Pendellänge und Dauer einer Pendelschwingung

Wie konnten diese Uhren gestellt werden, wenn sie einmal vor- oder nachgingen?

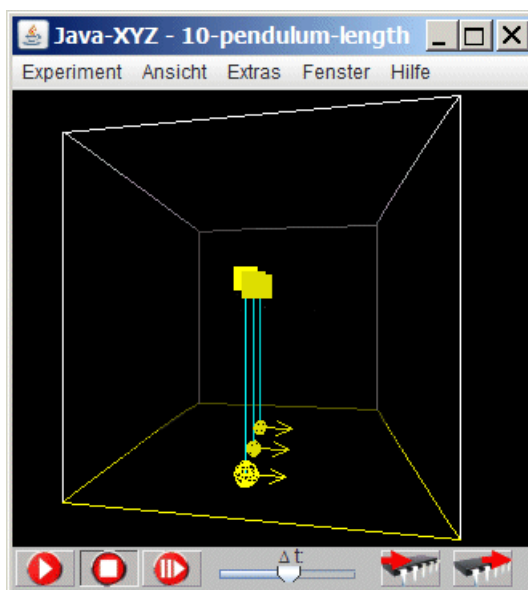


Abb. 10.6.: Simulation "10-Pendellaenge"

Die Simulation "Pendel-HO" erlaubt den Vergleich zwischen einer Pendelbewegung und der Bewegung eines harmonischen Oszillators.

In der Ausgangsposition sind Pendel und Oszillator so eingestellt, dass sie im gleichen Takt schwingen. Ein Pendel verhält sich somit ähnlich wie ein harmonischer Oszillator.

Jedoch gibt es einen interessanten Unterschied hinsichtlich der Masse der schwingenden Körper.

Während die Schwingungsdauer des harmonischen Oszillators von der Masse abhängt, ist dies beim Pendel nicht der Fall.

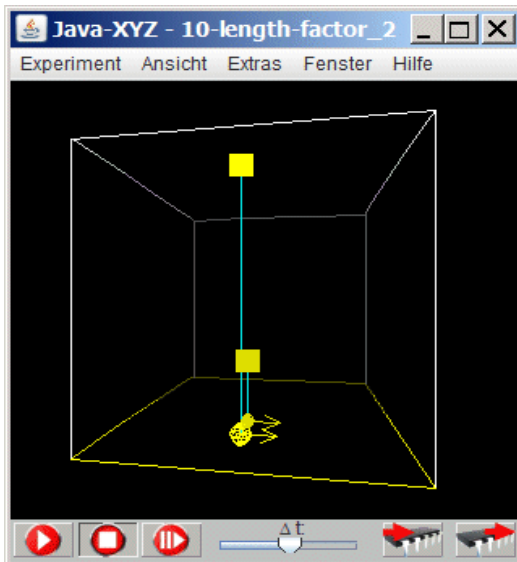
Warum?

Die Antwort: Durch die Änderung der Pendellänge.

Die Simulation "10-Pendellaenge" zeigt drei Pendel, deren Länge um 5% bzw. 10% variiert.

Wie deutlich zu sehen ist, hängt die Pendeldauer von der Pendellänge ab. Dieser Effekt kann recht einfach anhand eines entsprechenden Experimentes überprüft werden. Aus den Gesetzen der Mechanik folgt als Beziehung zwischen Pendeldauer T und Pendellänge l :

$$T \sim \sqrt{l}$$



Die Simulation "Pendellaenge-Faktor_2" demonstriert diese Art der Beziehung.

Das Verhältnis der Pendellängen beträgt

$$l_1 / l_2 = 4.$$

Das Verhältnis der Schwingungsdauern beträgt

$$T_1 / T_2 = 2 = \sqrt{4}.$$

Abb. 10.7.: Simulation "Pendellaenge-Faktor_2"