10. Schwingungen

10.1. Grundbedingungen

Jedes System, das Schwingungen ausführt, besitzt zwei dafür notwendige Bedingungen.

- 1. Es besitzt eine Gleichgewichtslage.
- 2. Wenn das System aus dieser Gleichgewichtslage entfernt wird, treten Kräfte auf, die so gerichtet sind, dass sie das System in die Gleichgewichtslage zurücktreiben.

10.2. Harmonische Schwingung

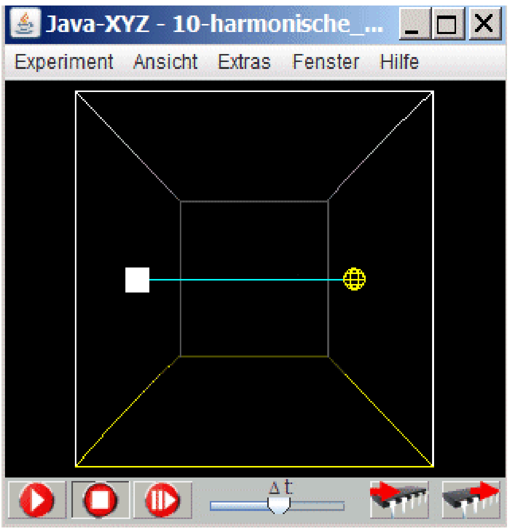
Ein Sonderfall einer so genannten harmonischen Schwingung liegt vor, wenn die rücktreibenden Kräfte proportional zu der Auslenkung aus der Gleichgewichtslage sind.

Für eine Feder gilt nach dem Hookschen Gesetz, dass die Federkraft proportional zur Auslenkung der Feder ist.

$F=D\ s$ (D = Federkonstante)

Damit ist die Bedingung für eine harmonische Schwingung erfüllt. Ein System, das durch eine Federkraft in Schwingungen versetzt wird, ist ein so genannter harmonischer Oszillator und führt eine harmonische Schwingung durch.

Die Simulation „10-harmonische_Schwingung“ demonstriert eine solche durch eine Feder angetriebene harmonische Schwingung.



Werden die Federkonstante D und die Masse des schwingenden Körpers m in möglichst systematischer Weise geändert, so läßt sich die Abhängigkeit der Schwingungsdauer T von der Masse bestimmen.

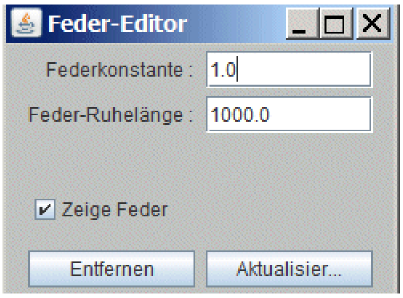
Wenn möglich sollte diese Simulation anhand von entsprechenden Realexperimenten überprüft werden.

Weitere Informationen und Erklärungen finden sich im nächsten Abschnitt.

Abb. 10.1.: Simulation "10-harmonische_Schwingung"

Zur Benutzerschnittstelle

Eine Feder, die zwei Teilchen verbinden soll, kann gesetzt werden indem
1. die "Shift"-Taste gedrückt wird und
2. ein Teilchen mit gedrückter linker Maustaste angewählt und die Taste über dem anderen Teilchen losgelassen wird.



Wird dieser Vorgang über einer schon gesetzten Feder wiederholt, so öffnet sich der "Feder Editor" in dem u.a. die Federkonstante eingegeben werden kann.

10.3. Harmonischer Oszillator -Projektion einer Kreisbewegung

Die Simulation "10-HO-Kreisbewegung" zeigt eine harmonische Schwingung und eine gleichmäßige Kreisbewegung. Es wird deutlich, dass eine strenge Übereinstimmung zwischen diesen beiden Bewegungen existiert.

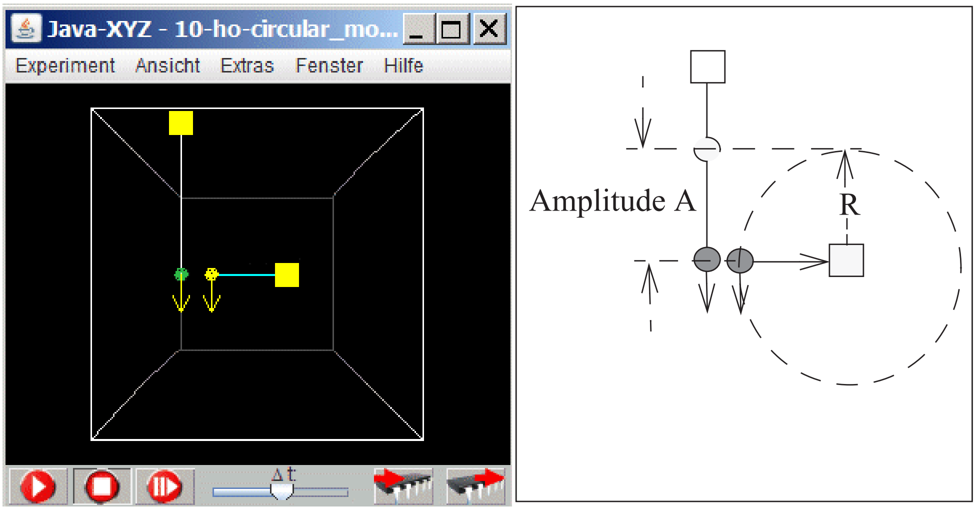


Abb. 10.2.: Simulation "10-HO-Kreisbewegung";
Harmonischer Oszillator und gleichförmige Kreisbewegung

Die Bewegung eines harmonischen Oszillators kann aufgefaßt werden als eine lineare Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung.

Für eine gleichförmige Kreisbewegung gilt:

Periode $T = 2\,\pi\,R\,/\,v$

Für die Zentripetalkraft gilt:

$F_c = m\,v^2\,/\,R$

Da sich beide Körper in jedem Augenblick auf der gleichen vertikalen Position befinden, muß die beschleunigende Kraft in dieser Richtung in jedem Augenblick für beide Körper gleich groß sein.

Deshalb gilt für die höchste oder tiefste Position:

$F_c = F_{max} = D\,A$

Mit R = A erhält man durch Einsetzen und Umordnen:

$$D \cdot A = \frac{m \cdot v^2}{A} \qquad A = \sqrt{m/D} \cdot v$$

$$v = \frac{A}{\sqrt{m/D}} \qquad T = \frac{2\pi A}{v} = 2\pi\sqrt{m/D}$$

Damit ist die Beziehung $T \sim \sqrt{m/D}$ abgleitet, die der vorherigen Simulation zugrunde lag.

Diese Beziehung besagt weiterhin, dass die Periode T eines harmonischen Oszillators nicht von der Amplitude und damit auch nicht von der Geschwindigkeit abhängt, mit der die Schwingung aus der Gleichgewichtslage heraus gestartet wird.

10.4. Amplitude und Schwingungsdauer

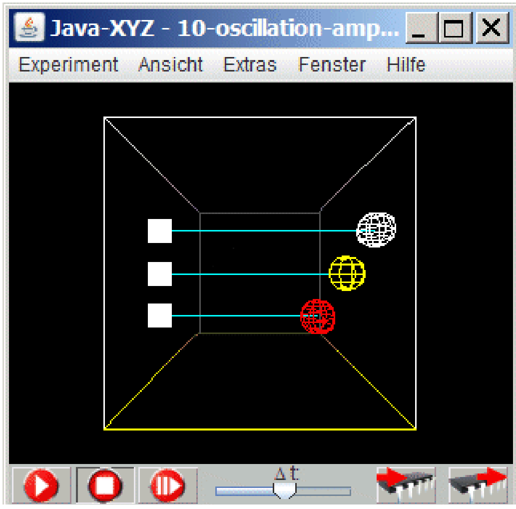


Abb. 10.3.: Simulation "10-HO-Amplitude"

Wie schon erwähnt ist die Periode einer harmonischen Schwingung unabhängig von der Geschwindigkeit, mit der die Schwingung aus der Gleichgewichtslage heraus gestartet wird.

Obgleich diese Aussage exakt nur für harmonische Oszillatoren zutrifft, kann man sie angenähert auch auf andere schwingende Objekte anwenden.

Wird zum Beispiel mit einem Weinglas angestoßen, so beginnt es zu vibrieren und überträgt diese Schwingung auf die umgebende Luft. Wir hören diese Schwingungen als höheren oder tieferen Ton, je nach dem wie schnell das Glas schwingt.

Die Tonhöhe, die durch die Dauer einer Schwingung bestimmt wird, ist immer die gleiche, unabhängig davon wie stark das Glas angestoßen wurde.

Ein bestimmtes Glas (mit dem gleichen Inhalt) erzeugt immer den gleichen Ton.

Allgemein: Die Zeitdauer für eine Schwingung oder die Frequenz (Anzahl von Schwingungen pro Zeiteinheit) T ist nicht von der Amplitude der Schwingung abhängig. Diese Zeitdauer ist eine Eigenschaft eines schwingungsfähigen Systems und ist nur abhängig von der Masse m des schwingenden Körpers und der Federkonstant D der rücktreibenden Kraft.

Die Simulation "10-HO-Amplitude" demonstriert diese Tatsache.

10.5. Pendelbewegungen

Allgemeine Eigenschaften

Die Bewegung eines Pendels ist in verschiedener Hinsicht von Interesse.

- Für lange Zeit wurde die Bewegung eines Pendels z. B. dazu benutzt, die kontinuierlich ablaufende Zeit in gleiche Abschnitte einzuteilen und somit den Lauf von Uhren zu steuern.
- Die rücktreibenden Kräfte, die bei einem Pendel auftreten, erfüllen für kleine Amplituden näherungsweise die Bedingung für eine harmonische Schwingung: sie ändern sich näherungsweise linear mit der Auslenkung. Deshalb führt ein Pendel für kleine Amplituden näherungsweise eine harmonische Schwingung aus.
- Ein Pendelkörper bewegt sich auf einer Kreisbahn und somit treten Radialbeschleunigungen und Zentripetalkräfte auf.

- Ein Pendel unterliegt dem Einfluß der Schwerkraft und somit lassen sich gewisse Analogien zum freien Fall herstellen.

Alle diese Aspekte machen das Pendel zu einem interessanten Objekt, um diese verschiedenen Gesetze und Phänomene im Zusammenwirken zu untersuchen.

10.6. Schwingungsdauer und Masse des Pendelkörpers

Die beiden Simulationen "10-Masse-Coulomb" und "10-Masse-Gravitation" simulieren beide die Bewegung eines Pendelkörpers. Sie unterscheiden sich durch die Art der einwirkenden Kraft.

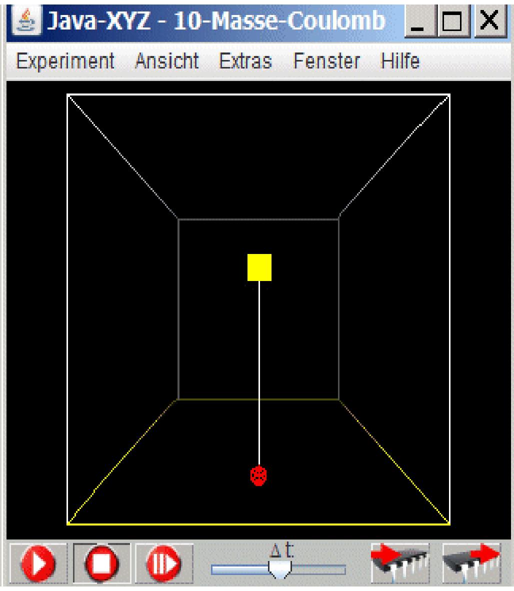


Abb. 10.4.: Simulation "10-Masse-Coulomb"

In der ersten Simulation wird - wie der Name andeutet - die Kraft durch ein elektrostatisches Feld in -z-Richtung (nach unten) erzeugt, das auf den geladenen Pendelkörper einwirkt. In der zweiten Simulation wirkt statt des elektrischen ein Gravitationsfeld. Interessant und lehrreich ist der Unterschied, der sich zeigt, wenn die Masse des Pendelkörpers verändert wird. Während sich bei der ersten Simulation die Veränderung der Masse deutlich auswirkt, hat in der zweiten Simulation die Masse keinen Einfluß auf die Dauer einer Pendelbewegung.

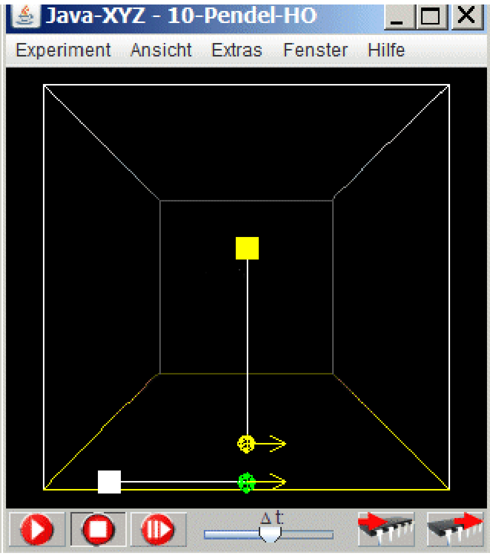
Anmerkung:

Die leichten Zitterbewegungen, die bei deutlicher Veränderung der Masse sichtbar werden, sind der Tatsache geschuldet. dass bei einer solchen Änderung die Feder in der Ausgangssituation vorgespannt ist. Im Programm JavaXYZ lassen sich keine starren ausgedehnten Körper simulieren.

Die Erklärung dafür, dass bei einem Pendel im Gravitationsfeld die Masse des Pendelkörpers keinen Einfluß auf die Schwingungsdauer hat, ist in dem Einfluß der schweren Masse zu suchen. Im Gravitationsfall kompensiert die schwere Masse die Wirkung der trägen Masse. In einem reinen elektrischen Feld fehlt die schwere Masse und es wirkt allein die träge Masse.

Die Unabhängigkeit der Pendelschwingung von der Masse des Pendelkörpers kann mit relativ einfachen Mittel experimentell überprüft werden.

10.7. Pendel und Harmonischer Oszillator



Die Simulation "Pendel-HO" erlaubt den Vergleich zwischen einer Pendelbewegung und der Bewegung eines harmonischen Oszillators.

In der Ausgangsposition sind Pendel und Oszillator so eingestellt, dass sie im gleichen Takt schwingen. Ein Pendel verhält sich somit ähnlich wie ein harmonischer Oszillator.

Jedoch gibt es einen interessanten Unterschied hinsichtlich der Masse der schwingenden Körper.

Während die Schwingungsdauer des harmonischen Oszillators von der Masse abhängt, ist dies beim Pendel nicht der Fall.

Warum?

Abb. 10.5.: Simulation "Pendel-HO"

Die Erklärung liegt - wie schon im vorangehenden Kapitel erläutert- in dem Unterschied hinsichtlich der antreibenden Kraft.

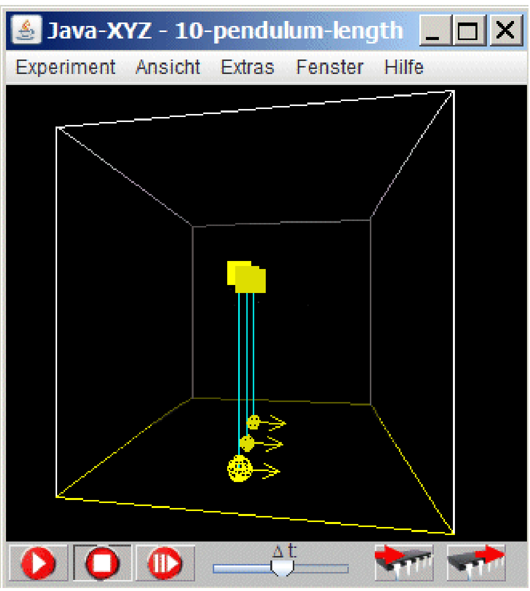
Bei einem von einer Feder angetriebenen harmonischen Oszillator bleiben die rücktreibenden Kräfte gleich groß, wenn sich die Masse des schwingenden Körpers ändert. Es wirkt nur die träge Masse

Bei einem Pendel ist die Erdanziehung die treibende Kraft. Es kompensieren sich die träge und die schwere Masse in ihren Auswirkungen auf die Pendelschwingung.

Für die Funktion von Pendeluhren war es wichtig, dass das Gewicht des Pendelkörpers auf den Gang der Uhr keinen Einfluß hatte. Deshalb konnten Form und Gewicht dieser Pendelkörper nach Belieben geformt werden.

10.8. Pendellänge und Dauer einer Pendelschwingung

Wie konnten diese Uhren gestellt werden, wenn sie einmal vor- oder nachgingen?

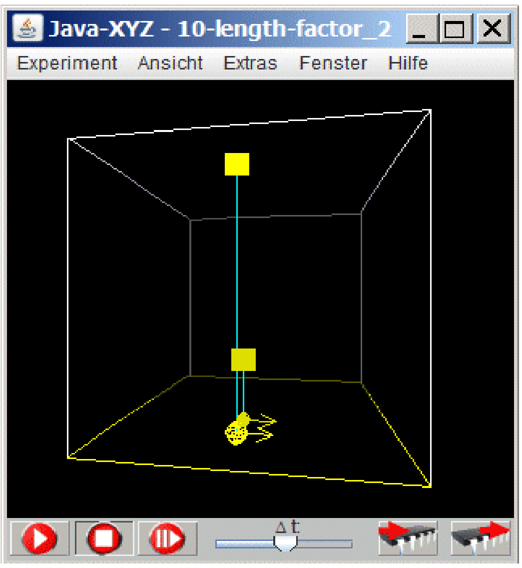


Die Antwort: Durch die Änderung der Pendellänge.

Die Simulation "10-Pendellaenge" zeigt drei Pendel, deren Länge um 5% bzw. 10% variiert.

Wie deutlich zu sehen ist, hängt die Pendeldauer von der Pendellänge ab. Dieser Effekt kann recht einfach anhand eines entsprechenden Experimentes überprüft werden. Aus den Gesetzen der Mechanik folgt als Beziehung zwischen Pendeldauer T und Pendellänge l: $T \sim \sqrt{l}$

Abb. 10.6.: Simulation "10-Pendellaenge"



Die Simulation "Pendellaenge-Faktor_2" demonstriert diese Art der Beziehung.

Das Verhältnis der Pendellängen beträgt $l_1 / l_2 = 4$.

Das Verhältnis der Schwingungsdauern beträgt

$T_1/T_2 = 2 = \sqrt{4}$.

Abb. 10.7.: Simulation "Pendellaenge-Faktor_2"