

## 9. Übungen zu Satellitenbahnen

### 9.1. Zielsetzung

Das räumliche Vorstellungsvermögen ist eine wichtige Fähigkeit und wird oft vorausgesetzt, um physikalische Probleme zu lösen. Dies gilt besonders bei so genannten Gedankenexperimenten oder wenn die Bewegungen von Körpern untersucht werden sollen.

Die folgenden Videos und Aufgaben sind neben ihrem Informationswert als Übungsmaterial gedacht, wobei von der Annahme ausgegangen wird, dass sich das räumliche Vorstellungsvermögen wie jede andere Fähigkeit durch wiederholtes Üben weiterentwickeln läßt.

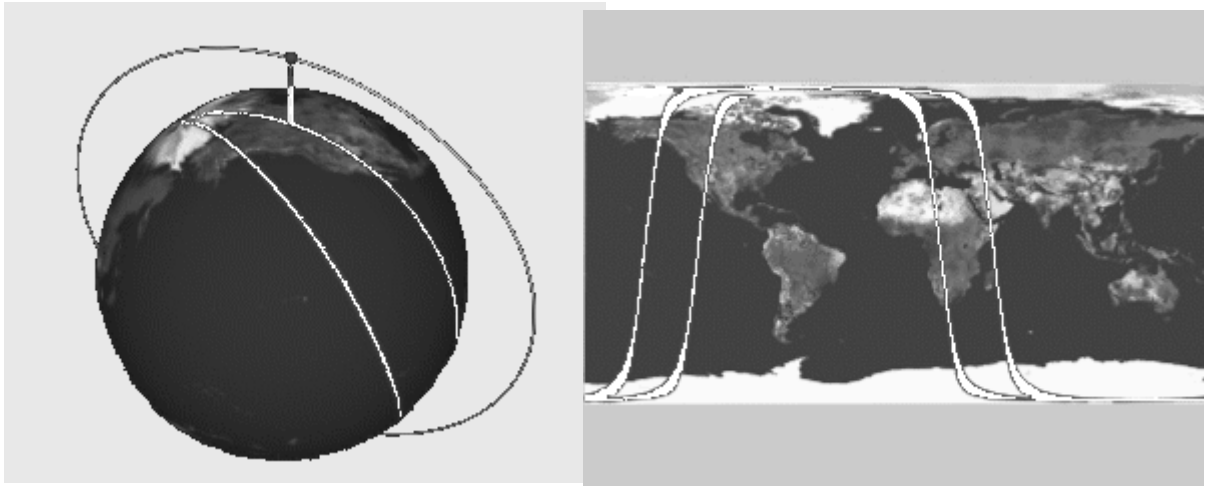
### 9.2. Satellitenbahnen in 3- und 2-dimensionaler Darstellung

Das unter [http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/polar\\_dt.htm](http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/polar_dt.htm) herunterzuladende Video zeigt einen um die Erde kreisenden Satelliten und die Projektion der Bahn auf die Erdoberfläche.

Nachdem ein Satellit seine Bahn erreicht hat, ist die Lage der Ebene, in der er umläuft, im Raum stabil, während sich die Erde in 24 Stunden einmal um ihre Polachse dreht. Die Projektionen der Satellitenbahnen ergeben daher angenäherte Großkreise, die bei jedem Umlauf um einen bestimmten Betrag verschoben werden. Die Größe der Verschiebung hängt ab von dem Verhältnis der Umlauf- bzw. Rotationszeiten von Satellit und Erde.

In der 3-dimensionalen Darstellung ist diese Situation einfach zu beschreiben. Die Aufgabe besteht nun darin, sich vorzustellen, wie sich diese projizierte Bahn auf einer zweidimensionalen Weltkarte abbildet.

Das Video zeigt den Übergang von der räumlichen zur 2-dimensionalen Darstellung als einen kontinuierlichen Prozeß. Es ist gedacht als Unterstützung der mentalen Aufgabe, die Beziehung zwischen diesen beiden Darstellungen des gleichen Vorgangs zu erkennen und zu verstehen.



*Abb. 9.1.: Simulation eines polaren Satelliten*

### 9.3. Bahn der IRS

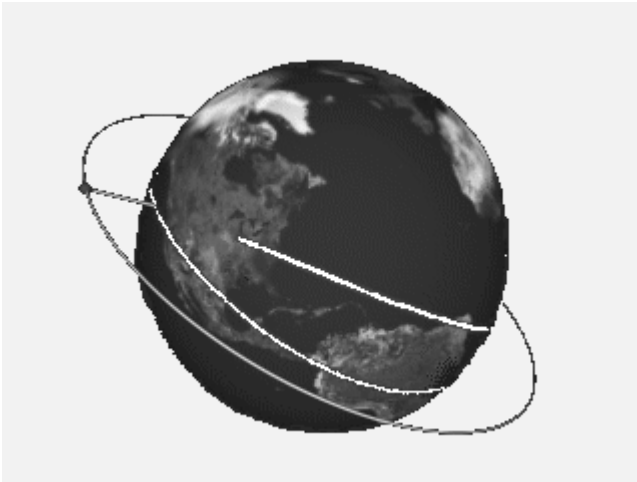


Abb. 9.2.: Video zur Umlaufbahn eines nicht-polaren Satelliten

Im letzten Video wurde ein Satellit gezeigt, der genau über den Nord- und Südpol flog. Die Drehachse der Erde und die Satellitenbahn lagen in der gleichen Ebene.

Die Internationale Raumstation IRS bewegt sich jedoch nicht auf dieser Bahn. Zwischen der Ebene der IRS-Bahn und der Polachse der Erde existiert ein deutlicher Winkel.

### 9.4. Geostationärer Satellit

Bevor das Video abgespielt wird, sollte man versuchen, sich die Projektion der IRS-Bahn auf der Erdoberfläche und auf der Weltkarte vorzustellen, um dann das Video zur Unterstützung heranzuziehen (herunterzuladen unter <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/irs.htm>).

Im allgemeinen bewegt sich ein Satellit auf einer elliptischen Bahn mit dem Erdmittelpunkt als einem der beiden Fokuspunkte.

Eine spezielle Situation ergibt sich, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

- Die Bahn des Satelliten liegt in der Äquatorebene der Erde.
- Die Bahn ist nicht ellipsenförmig sondern genau kreisförmig.
- Der Radius der Bahn ist so groß, dass der Satellit 24 Stunden für einen Umlauf benötigt.

Sind diese Bedingungen erfüllt, so ist der Satellit geostationär, das heißt, seine Projektion bewegt sich nicht relativ zur Erdoberfläche, sondern bleibt immer an der gleichen Stelle.

Eine Berechnung des Bahnradius eines geostationären Satelliten ist unten angegeben.

Von der Erde aus gesehen erscheint der Satellit immer unter einem konstanten Winkel und kann daher als Übertrager von Fernsehprogrammen dienen.

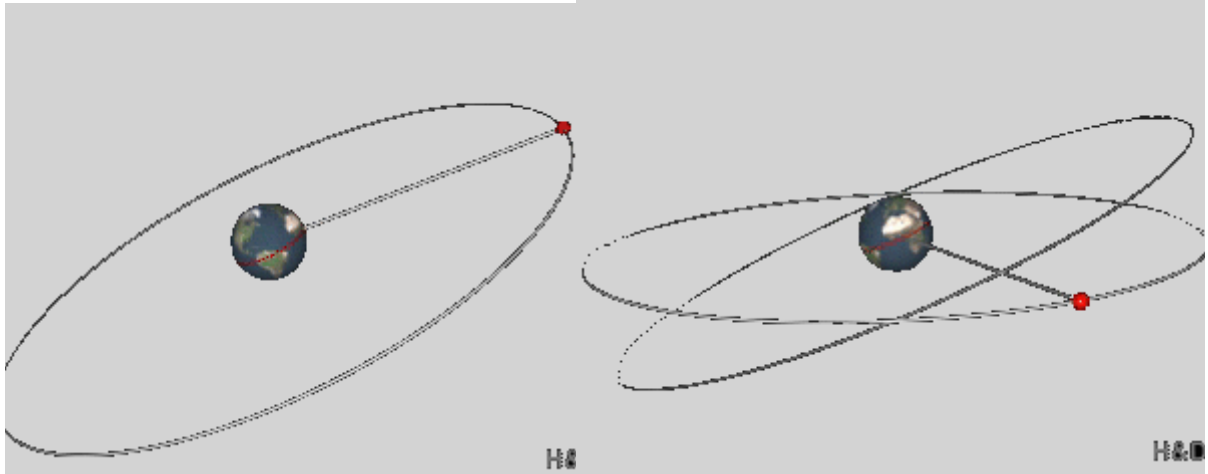


Abb. 9.3.: Video zur Umlaufbahn eines geostationären Satelliten

( [http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/geo\\_1\\_dt.htm](http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/geo_1_dt.htm))

In diesem Video wird eine Frage gestellt, die eine große Anforderung an das räumliche Vorstellungsvermögen stellt. Eine Antwort zu dieser Frage bietet das nächste Video ([http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/geo\\_2\\_dt.htm](http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/geo_2_dt.htm))

Als Übung zum räumlichen Vorstellungsvermögen mag es angebracht sein, an Hand eines realen Globus und einem Modellsatelliten schrittweise nachzuvollziehen, wie sich die im zweiten Video gezeigte Kurve entwickelt.

Zusätzlich kann man versuchen herauszufinden, welche Kurve sich ergeben wird, wenn sich die Bahn eines geostationären Satelliten ein wenig zu einer Ellipse verändert.

### Berechnung des Radius eines geostationären Satelliten

Ein geostationärer Satellit vollendet einen Umlauf in  $t = 24$  Stunden.

Die Anziehungskraft zwischen Satellit und Erde muß der Zentripetalkraft entsprechen, die für die kreisende Bewegung des Satelliten notwendig ist.

Mit diesen Angaben kann der Radius  $R$  der Bahn eines geostationären Satelliten wie folgt bestimmt werden:

$$F_{\text{Gravitation}} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} \quad F_{\text{Zentripetal}} = m_1 \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$\gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2} = m_1 \cdot \frac{v^2}{R} \quad v = \frac{2\pi \cdot R}{t}$$

$$\gamma \cdot \frac{m_2}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{t^2} \quad R^3 = \frac{\gamma \cdot m_2 \cdot t^2}{4\pi^2}$$

$$\gamma = 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \quad m_2 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad (t = 60 \cdot 60 \cdot 24 = 86400 \text{ s})$$

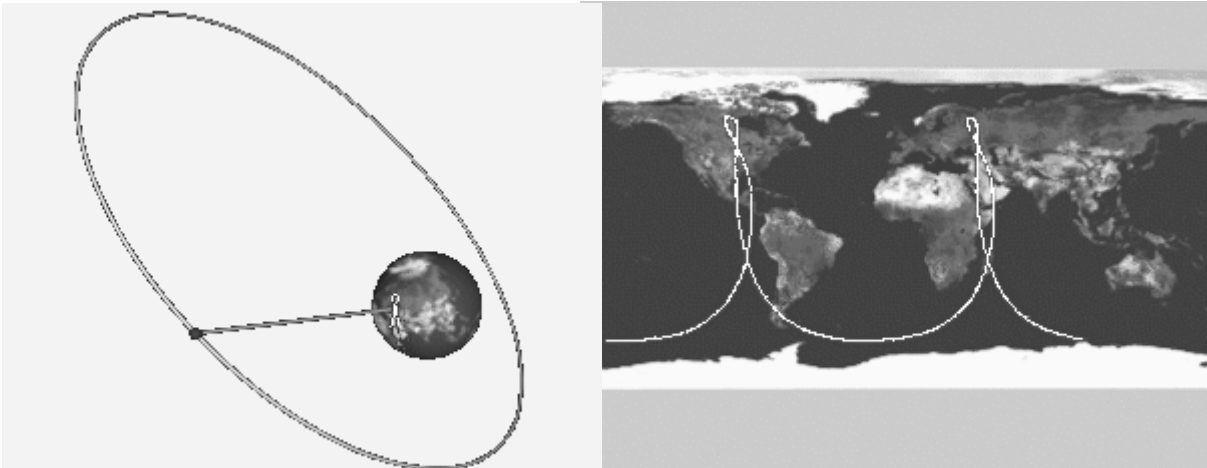
$$R^3 = \frac{6,7 \cdot 6 \cdot 75}{4 \cdot 9,8} 10^{-11 + 24 + 8} = 76,9 \cdot 10^{21} \text{ m}^3$$

$R \sim 4,3 \cdot 10^7 \text{ m} = 43000 \text{ km}$ ;  $R_{\text{Erde}} \sim 6300 \text{ km}$ ; Entfernung<sub>Erdoberfläche - Satellit</sub>  $\sim 36700 \text{ km}$

## 9.5. Molniya Satellit

Von den nördlichen Gebieten unserer Hemisphäre aus sind die geostationären Satelliten nicht sichtbar.

Das unter [http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/molniya\\_dt.htm](http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/CGA/Flv/molniya_dt.htm) herunterzuladende Video zeigt, wie die Bahnen der so genannten Molniya-Satelliten gewählt wurden, damit sie während eines Teils ihres Umlaufes als quasistationär angesehen werden und entsprechende Funktionen übernehmen können.



*Abb. 9.4.: Video zur Bahn eines Molniya-Satelliten*

Drei solcher Satelliten, verteilt auf der gleichen Bahn, genügen, um eine kontinuierliche Übertragung sicherzustellen.