

8. Beschleunigung durch Gravitation

8.1. Wie kann ein Planet einen Satelliten beschleunigen?

In den Zeitung und im Fernsehen wird oft berichtet, dass ein Satellit zunächst an einem Planeten vorbeifliegt, um Schwung zu holen und erst danach sein eigentliches Ziel ansteuert. Wie ist dies Schwungholen möglich?

Das Gravitationsgesetz ist zwar eines der geheimnisvollsten Naturgesetze, das wir kennen. Aber es ist doch selbstverständlich, dass die Anziehungskraft zwischen zwei Körpern nicht von der Richtung im Raum abhängt.

Warum wird ein Satellit bei der Annäherung an einen Planeten mehr beschleunigt als er nach dem Vorbeiflug und während der Phase der Entfernung wieder abgebremst wird?

Die Simulation "8-planet-satellit" bietet die Möglichkeit, diese Frage näher zu untersuchen. Es sind zwei kugelförmige Körper (Satellit und Planet) mit einem Masseverhältnis von 1/200000 dargestellt, die sich gegenseitig anziehen.

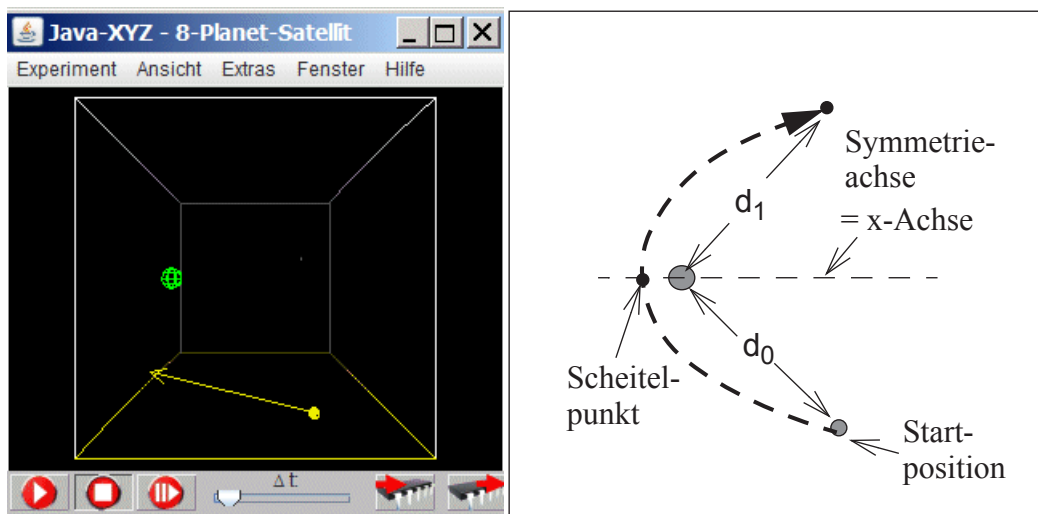


Abb. 8.1.: Simulation "8-planet-satellite"

1. Fall: Planet in Ruhe (relativ zum Satelliten beim Start)

In einem solchen Fall kann wegen der Kugelsymmetrie der Gravitationskraft kein Geschwindigkeitszuwachs erwartet werden. Die Geschwindigkeitszunahme während der Annäherung wird ausgeglichen durch die Abnahme nach dem Vorbeiflug und wachsender Entfernung. Übereinstimmend mit diese Aussage zeigt die Simulation, dass die Geschwindigkeit des Satelliten wieder genau so groß ist wie in der Ausgangsposition, sobald nach dem Vorbeiflug wieder der gleiche Abstand erreicht worden ist ($d_0 = d_1$).

Hinweis: Um eine genaue Messung durchzuführen, kann die Simulation schrittweise dem Punkt angenähert werden, bei dem nach dem Vorbeiflug wieder der Ausgangsabstand erreicht worden ist.

Zur Benutzerschnittstelle

	Position	Kraft	Beschleunigung	Geschwindigkeit
X:	350.00	-438.25	-438.25	-980.00
Y:	-900.00	0.00	0.00	0.00
Z:	-800.00	412.47	412.47	246.00
Radius	30.00	F 601.83	a 601.83	v 1010.40
Ladung:	0.00	Stizitätsfaktor: 1.0		
Masse:	1.00	<input checked="" type="checkbox"/> Monitor	<input type="checkbox"/> Fixiert	<input type="checkbox"/> Mit Spur

Die Koordinaten der Position des Satelliten können kontinuierlich angezeigt werden. Diese Funktion kann im Fenster "Teilchen Inspektor" aktiviert werden.

Abb. 8.2.: Aktivierung der Monitor-Funktion

2. Fall: Planet in Bewegung (relativ zum Satelliten beim Start)

Die Situation ändert sich, wenn der Planet nicht ruht, sondern sich relativ zum Satelliten beim Start bewegt. Durch die Bewegungsrichtung des Planeten wird eine Symmetrieachse vorgegeben und je nach dem, wie sich der Planet relativ zu dieser Symmetrieachse bewegt, wird der Satellit nach dem Vorbeiflug entweder schneller oder langsamer.

Frage: Angenommen der Planet in der oben dargestellten Situation bewegt sich auf der x-Achse nach rechts und der Satellit besitzt im Punkt $P(0)$ einen Abstand d_1 zum Planeten sowie eine Geschwindigkeit $v(0)$. Wird er sich nach dem Vorbeiflug mit einer größeren oder kleineren Geschwindigkeit als $v(0)$ bewegen, wenn er wieder die gleiche Entfernung $d_1 = d_0$ zum Planeten erreicht hat?

Bei der Suche nach einer Antwort kann es hilfreich sein zu bedenken, dass die gesamte Energie und der gesamte Impuls des Systems Planet/Satellit erhalten bleibt.

8.2. Erhaltung von Energie und Impuls

Wann wird der Satellit schneller, wann langsamer?

Diese Frage läßt sich auf der Grundlage der Erhaltungssätze von Energie und Impuls beantworten.

Aus dem Erhaltungssatz der Energie folgt, dass sich der Planet verlangsamen muß, damit der Satellit schneller werden kann oder umgekehrt.

Um aus dem Erhaltungssatz des Impulses Schlüsse zu ziehen, müssen zwei Fälle unterschieden werden.

- 1. Bei Annäherung an den Planeten hat die x-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten die entgegengesetzte Orientierung wie die entsprechende Geschwindigkeitskomponente des Planeten. Dies bedeutet, dass der Gesamtimpuls des Systems kleiner ist als der Impuls des Planeten.
- 2. Bei Annäherung an den Planeten hat die x-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten die gleiche Orientierung wie die entsprechende Geschwindigkeitskomponente des Planeten. Dies bedeutet, dass der Gesamtimpuls des Systems größer ist als der Impuls des Planeten.

In beiden Fällen sei die Orientierung des Impuls des Planeten als positiv festgelegt.

Im ersten Fall würde durch die Richtungsumkehr des Satelliten der Gesamtimpuls größer werden. Eine Konstanz des Gesamtimpulses kann dann nur durch eine kleinere Geschwin-

digkeit des Planeten erreicht werden. Dies bedeutet wiederum, dass die Geschwindigkeit des Satelliten größer werden muß.

Im zweiten Fall würde durch die Richtungsumkehr des Satelliten der Gesamtimpuls kleiner werden. Eine Konstanz des Gesamtimpulses kann dann nur durch eine größere Geschwindigkeit des Planeten erreicht werden. Dies bedeutet wiederum, dass die Geschwindigkeit des Satelliten kleiner werden muß.

Zu dieser Erklärung auf einen abstrakten Niveau kann mit Hilfe der Simulation "Planet-Satellit-Beschleunigung" eine konkretere Erklärung erarbeitet werden.

8.3. Beschleunigung eines Satelliten durch einen Planeten

In der Simulation "Planet-Satellit-Beschleunigung" sind wie bei der vorherigen zwei kugelförmige Körper (Satellit und Planet) mit einem Masseverhältnis von $1/200000$ dargestellt, die sich gegenseitig anziehen. Der Planet bewegt sich in die positive x-Richtung.

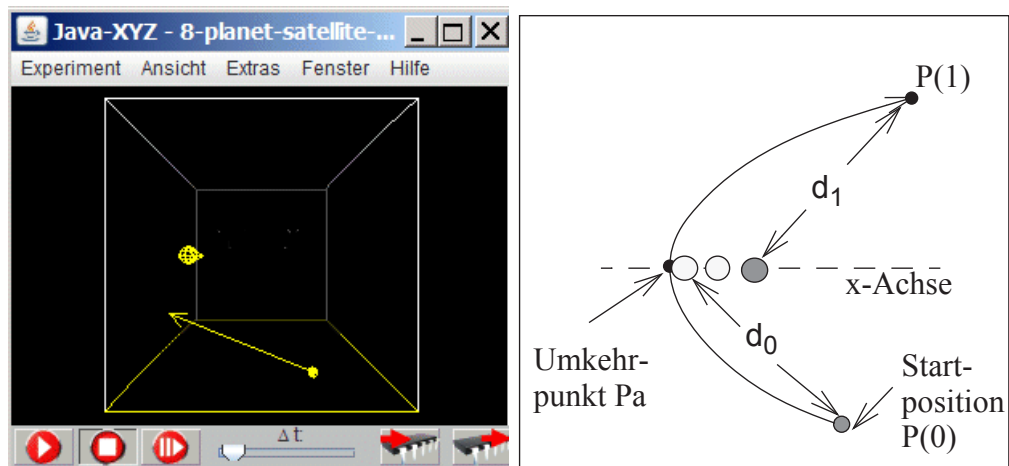


Abb.8.3.: Simulation "Planet-Satellit-Beschleunigung"

Die Simulation zeigt, dass die Geschwindigkeit des Satelliten um nahezu 200 Einheiten vergrößert wurde, wenn der Satellit nach dem Vorbeiflug im Punkt P(1) den Anfangsabstand zum Planeten erreicht hat. Bewegt sich der Satellit jedoch mit der Geschwindigkeit - 100 Einheiten (in die negative x-Richtung), so zeigt die Simulation eine um etwa 200 Einheiten verringerte Geschwindigkeit (bei gleichem Abstand).

Hinweis:

Um eine möglichst genaue Messung zu erreichen, kann die Simulation bei Annäherung an den Umkehrpunkt schrittweise weitergeführt und gleichzeitig der Zeitschritt Δt möglichst klein gewählt werden.

Erklärung

Die Bahn des am Planeten vorbeifliegenden Satelliten ist hyperbelförmig. Die Simulation ist so eingerichtet, dass die Flugbahn weitgehend symmetrisch zur x-Achse verläuft.

Im Umkehrpunkt der Bahn ist der Abstand zwischen Planet und Satellit am kleinsten. Bis zum Erreichen dieses Punktes nähert sich der Satellit dem Planeten, danach wächst der Abstand.

Daraus folgt, dass in diesem Punkt die Geschwindigkeit des Satelliten in Richtung des Planeten - in diesem Fall die x-Komponente - genau so groß sein muß, wie die gleichgerichtete Geschwindigkeit des Planeten, also nahezu 100 Einheiten.

Die x-Komponente der Anfangsgeschwindigkeit des Satelliten $v_x(0)$ ist also um den Betrag $(v_x(0) + 100)$ Einheiten verändert worden und dies in der halben Flugzeit.

Aus Symmetriegründen kann man folgern, dass die gleiche Geschwindigkeitsänderung auch während der zweiten Flugphase eintreten wird, bis der Satellit wieder den Anfangsabstand erreicht hat.

Die Simulation zeigt, dass die x-Komponente in dem Punkt P(1) fast genau um 200 Einheiten vergrößert wurde.

Durch schrittweise Annäherung an den Scheitelpunkt Pa ($d = \min$) kann man sich vergewissern, dass die x-Komponente der Geschwindigkeit des Satelliten den Wert +100 bzw. -100 annimmt, je nachdem, ob die Geschwindigkeit des Planeten positiv oder negativ orientiert ist. Natürlich zeigt die Simulation auch, dass die Geschwindigkeit im Punkt P(1) um etwa 200 Einheiten verringert ist, falls sich der Planet mit der Geschwindigkeit von 100 Einheiten in die -x-Richtung bewegt.