

Der so-genannte einfache elektrische Stromkreis

**Einführung von Oberflächenladungen und Übergangsprozessen -
notwendig für ein tieferes Verständnis des elektrischen Stromkreises**

Hermann Härtel
Universität Kiel
haertel@astrophysik.uni-kiel.de

Inhaltsverzeichnis

1	Grundbegriffe und Funktionsweisen	3
1.1.	Grundelemente materieller Körper	3
1.2.	Definition der Einheit einer Ladung	3
1.3.	Eigenschaften von Leitern und Isolatoren	3
1.4.	Bedeutung geschlossener Stromkreise	3
1.5.	Definition der Stärke eines elektrischen Stromes	4
1.6.	Das Ohmsche Gesetz	4
1.7.	Funktionsweise einer Spannungsquelle	5
2	Oberflächenladungen in Stromkreisen	6
2.1.	Oberflächenladungen auf Leitungen	6
2.2.	Oberflächenladungen im geschlossenen Stromkreis	6
2.3.	Oberflächenladungen bei stromdurchflossenen Leitern	7
2.4.	Ladungsschichten an den Grenzen zwischen Widerstand und Leiter	8
2.5.	Spannung und Oberflächenladungen	8
3	Spannung und Energieumsatz	8
3.1.	Quantitative Bestimmung der Spannung	8
3.2.	Energieumsatz in Abhängigkeit von Spannung und Stromstärke	9
3.3.	Erweiterte Spannungsdefinition zwischen zwei Punkten im Raum	9
4	Modelle zum elektrischen Stromkreis	10
4.1.	Steifer Ring und Stromkreis	10
4.2.	Unterschiede zwischen Hin- und Rückleitung	10
4.3.	Vergleich von Modell und Stromkreis	11
4.4.	Bedingt geeignete Modelle zum elektrischen Stromkreis	12
4.5.	Problematische Modelle zum elektrischen Stromkreis	12
5	Kondensatoreigenschaften elektrischer Schaltungen	14
5.1.	Eigenschaften eines Kondensators	14
5.2.	Kapazität eines Kondensators	15
5.3.	Laden und Entladen von Kondensatoren	15
5.4.	Einfache Schaltungen eines elektrischen Stromkreises mit und ohne Leitungskapazitäten	16
6	Simulation von Strom und Spannung in Stromkreisen	17
6.1.	Darstellung von Stromstärke und Spannung in einfachen Stromkreisen	17
6.2.	Simulation von Übergangsprozessen auf einer Doppelleitung	18

1. Grundbegriffe und Funktionsweisen

1.1. Grundelemente materieller Körper

Jeder materielle Körper weist eine körnige Struktur auf. Die Grundelemente dieser körnigen Struktur - die Atome bzw. Moleküle - bestehen aus Ladungsträgern unterschiedlicher Polarität - den Protonen im Kern und den Elektronen in den Außenschalen der Atome bzw. Moleküle.

Die Existenz von Ladungen unterschiedlicher Polarität kann nicht weiter erklärt sondern muß als gegeben hingenommen werden. Dabei gilt, daß sich gleichpolige Ladungen abstoßen, ungleichpolige anziehen.

Protonen und Elektronen tragen jeweils die gleich große, entgegengesetzt gepolte Elementarladung. Die Elementarladung ist - wie der Name sagt - die kleinste in der Natur frei vorkommende Ladungsmenge. Eine gleich große Anzahl von Protonen und Elektronen wirken somit nach außen hin als neutral.

Historisch bedingt wird die Ladung der Elektronen als negativ, die der Protonen als positiv gekennzeichnet.

1.2. Definition der Einheit einer Ladung

Jede makroskopische Ladungsmenge ist stets ein Vielfaches der Elementarladung.

Die Einheit der Ladung ist - wiederum historisch bedingt - festgelegt worden als bestehend aus $6,2 \cdot 10^{18}$ Elementarladungen. Sie trägt den Namen 1 Coulomb, abgekürzt Q, zu Ehren des französischen Physikers Charles Augustin de Coulomb (1736-1806).

1.3. Eigenschaften von Leitern und Isolatoren

Metalle als gute elektrische Leiter und Isolatoren als schlechte Leiter unterscheiden sich durch die Beweglichkeit der negativen Ladungsträger, der Elektronen. Während bei beiden Stoffarten die positiven Ladungsträger in den Kernen der Atome festsitzen, werden in Metallen pro Atom ein oder zwei Elektronen im Gitterverband der Metallatome frei beweglich.

Grundsätzlich gilt, daß Ladungen weder erzeugt noch vernichtet werden können. Die Summe aller Ladungsträger bleibt stets konstant. Betrachtet man einen abgeschlossenen, neutralen Körper, so können Ladungsträger nur durch Verschiebung bzw. durch Ladungstrennung nach außen wirksam werden. Wenn bei einem solchen Vorgang irgendwo negative Ladungsträger auftreten, so müssen sich mit Sicherheit an einer anderen Stelle, die vorher neutral war, positive Ladungsträger anhäufen. Zwischen diesen gleich gepolten Ladungsträgern treten abstoßende Kräfte auf und anziehende Kräfte zwischen ungleich gepolten Ladungsträgern (die sogenannten Coulombkräfte). Diese Coulombkräfte wirken der ursprünglichen Trennung entgegen und verhindern damit ein weiteres Verschieben von Elektronen. Solche rücktreibenden Kräfte treten bei guten Leitern - den Metallen - genau so auf wie bei schlechten Leitern, den sogenannten Isolatoren.

1.4. Bedeutung geschlossener Stromkreise

Der große Vorteil der Metalle als gute elektrische Leiter kommt erst voll zur Geltung, wenn man eine in sich geschlossene Bahn, einen sogenannten Stromkreis bildet. Dann können die leicht beweglichen Elektronen beständig im Kreis herumgeführt werden, ohne daß es zu einer beständigen Anhäufung von positiven oder negativen Ladungen an verschiedenen Orten und damit zu rücktreibenden Kräften kommt.

Für einen länger andauernden, gleichmäßigen Fluß von Ladungsträgern gilt dabei die Bedingung, daß pro Zeiteinheit in jedes Volumenelement dieselbe Anzahl von Elektronen her-

ein wie heraus fließen muß, so daß es zu keiner Anhäufung kommt. Ist dieser Zustand erreicht, so spricht man von einem Fließgleichgewicht oder auch von einem stationären Zustand.

1.5. Definition der Stärke eines elektrischen Stromes

Die Ladung q , die durch einen Leiterquerschnitt transportiert wird, ist gleich der Zahl der Elektronen n , die diesen Querschnitt überqueren, multipliziert mit der Elementarladung. Wird diese Elementarladung mit e gekennzeichnet, so gilt: $q = ne$.

Die elektrische Stromstärke an einem bestimmten Leiterquerschnitt wird bestimmt durch die Ladung und damit die Zahl der Elektronen n , die diesen Querschnitt in einem bestimmten Zeitintervall Δt überqueren. Die Stromstärke wird mit I gekennzeichnet. $I = ne / \Delta t = q / \Delta t$.

Als Einheit der Stromstärke gilt ein Strom, bei dem pro Zeiteinheit (s) die Ladungseinheit (Q) durch einen Querschnitt fließen. Diese Einheit trägt den Namen "Ampere", abgekürzt A, zu Ehren des französischen Physikers André-Marie Ampère (1775-1836).

Fließt in einem Leiter ein Strom der Stärke $I = 1 \text{ A}$, so driften $6,2 \cdot 10^{18}$ Elektronen pro Sekunde durch einen Leiterquerschnitt.

1.6. Das Ohmsche Gesetz

Um durch einen Widerstand einen gleichmäßigen Strom fließen zu lassen, ist eine bestimmte konstante Antriebskraft/Spannung an den Ausgängen des Widerstandes erforderlich. Der Zusammenhang zwischen einer solchen Antriebskraft und der Spannung U wird im folgenden Abschnitt erläutert.

Wird nun die Spannung erhöht, so ist es plausibel, daß sich auch die Stromstärke erhöht. Es ist aber nicht selbstverständlich, daß dieser Zusammenhang linear ist, daß sich also die Stromstärke proportional mit der angelegten Spannung verändert. In der Praxis ist ein solcher linearer Zusammenhang selten, da sich in aller Regel mit einer geänderten Stromstärke die Temperatur und damit auch das Widerstandsverhalten ändert. Hält man aber die Temperatur des Widerstandes konstant und natürlich auch alle anderen Eigenschaften wie Länge, Querschnitt etc. so zeigt sich bei allen metallischen Leitern eine Proportionalität zwischen angelegter Spannung und Stromstärke.

Fazit: Fließt ein Gleichstrom I durch einen Widerstand R und bleiben alle äußeren Parameter konstant, so gilt $U/I = \text{konstant}$. Dieser Zusammenhang wurde von dem Physiker Ohm entdeckt und wird Ohmsches Gesetz genannt.

Es ist üblich diese Konstante, die für den betreffenden Widerstand charakteristisch ist, direkt zur Definition des Widerstandswertes heranzuziehen und mit R zu kennzeichnen: $R = U/I$.

Die Einheit des Widerstandes ist 1 Ohm, abgekürzt Ω , zu Ehren des deutschen Physikers Georg Simon Ohm (1789-1854).

1.7. Funktionsweise einer Spannungsquelle

Eine elektrische Spannungsquelle besteht im Prinzip aus einer elektrischen Leitung, die mit zwei von außen zugänglichen metallischen Kontakten verbunden ist. Als wesentliche Eigenschaft einer Spannungsquelle kommt jedoch hinzu, daß sie Kräfte aufbringen kann, die die in dieser Leitung vorhandenen, freien Elektronen von einem Kontakt hin zum anderen verschieben. Je nach Art der Spannungsquelle sind diese Kräfte von unterschiedlicher Natur, wie z.B. chemische Kräfte bei einer Batterie oder elektromagnetische Kräfte bei einem Generator.

Die Wirkung dieser Kräfte ist stets die gleiche: An einem der metallischen Ausgänge entsteht ein Überschuß an Elektronen, am anderen Kontakt fehlen diese Elektronen und treten dort als positive Ladung in Erscheinung.

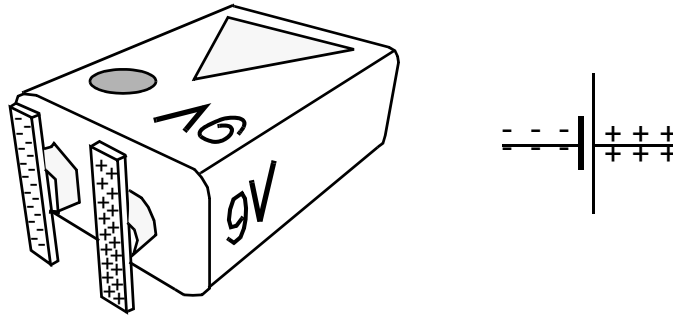


Abb. 7: Batterie als Spannungsquelle
mit Oberflächenladungen auf den metallischen Kontakten

Nun gilt, daß sich bei einem Metall zusätzliche Elektronen nie im Innern sondern nur auf der Oberfläche aufhalten können.

Warum sich zusätzliche Elektronen nicht von der Oberfläche entfernen, sondern dort festgehalten werden, ist nicht ganz einfach zu erklären. Dabei spielt u.a. die Temperatur, die Oberflächenbeschaffenheit des Leiters und die Art der Umgebung eine Rolle. Eine genauere Erklärung ist für die folgenden Überlegungen aber nicht erforderlich. Es genügt, als experimentell gesicherte Tatsache hinzunehmen, daß sich zusätzliche Elektronen in einem Leiter an der Oberfläche und nur an der Oberfläche aufhalten können.

Je größer die Dichte dieser positiven und negativen Ladungen auf den Oberflächen der metallischen Kontakte einer Spannungsquelle, desto größer wird ihre gegenseitige Abstoßung. Von einer bestimmten, für jede Spannungsquelle charakteristischen Größe an verhindern diese Coulombkräfte jede weitere Erhöhung der Dichte an zusätzlichen Ladungsträgern. Es kommt zu einem Gleichgewichtszustand, einem stationären Zustand zwischen der Kraft der Spannungsquelle und den rücktreibenden Coulombkräften.

2. Oberflächenladungen in Stromkreisen

2.1. Oberflächenladungen auf Leitungen

Werden die Kontakte der Spannungsquelle mit metallischen Leitern verbunden, so ist dies gleichbedeutend mit einer Vergrößerung der Oberfläche dieser Kontakte.

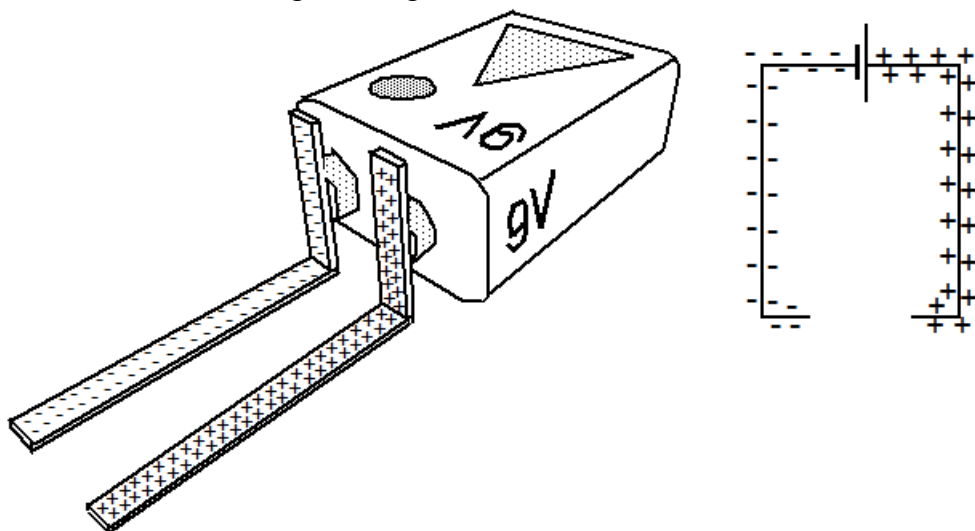


Abb. 8: Spannungsquelle mit angeschlossenen Leitern und Oberflächenladungen

Auf Grund der gegenseitigen Abstoßung zwischen den Ladungsträgern verteilen sich die Oberflächenladungen auf diese vergrößerte Oberfläche, wobei sich ihre Dichte verringert. Damit wird für einen kurzen Augenblick das Gleichgewicht zwischen der Kraft der Spannungsquelle und den Coulombkräften zu Gunsten der ersteren aufgehoben. Es fließen zusätzliche Elektronen auf die vergrößerte Oberfläche, bis wieder die für die Spannungsquelle charakteristische Dichte erreicht und damit das Gleichgewicht der Kräfte wieder hergestellt ist.

2.2. Oberflächenladungen im geschlossenen Stromkreis

Werden nun die Enden der Leitungen über einen Widerstand verbunden, und ist die Spannungsquelle in der Lage, die abfließenden Elektronen nachzuliefern, so werden die gesamten freien Elektronen im Innern der Leitern langsam im Kreis herumfließen.

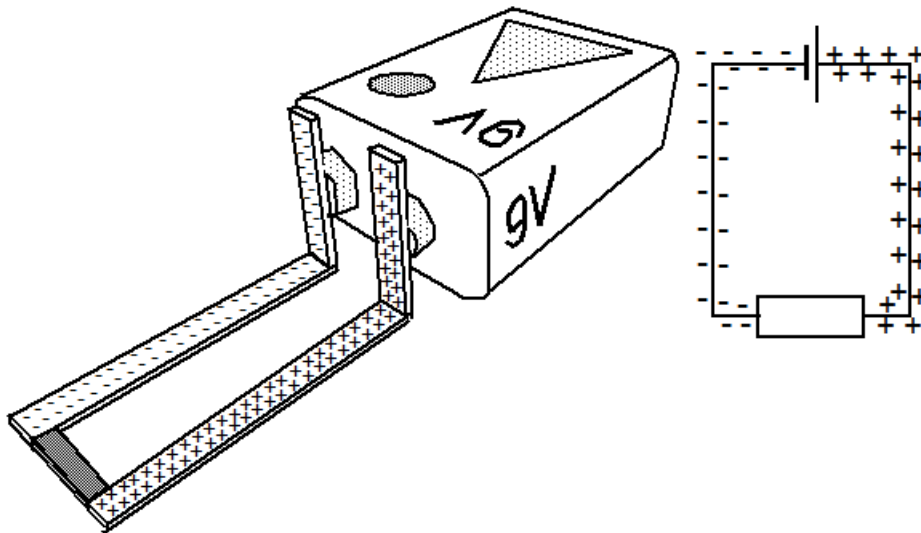


Abb. 9: Geschlossener Stromkreis mit Oberflächenladungen auf den Leitern

Sofern die antreibende Kraft der Spannungsquelle durch den Stromfluß nicht nachläßt, werden sich weiterhin zusätzliche Ladungen auf den Oberflächen der Leitungen befinden, die nun an der Fließbewegung der Elektronen im Innern teilnehmen.

2.3. Oberflächenladungen bei stromdurchflossenen Leitern

Fließt durch einen homogenen Leiter ein konstanter elektrischer Strom, so muß, da jeder Leiter einen bestimmten Widerstand aufweist, im Innern des Leiter eine konstante Kraft vorhanden sein, die die Driftbewegung der Elektronen trotz des bremsenden Widerstandes aufrecht erhält.

Eine solche konstante und stets axial ausgerichtete Kraft wird erzeugt durch eine bestimmte Verteilung von Oberflächenladungen auf den betreffenden Leitern.

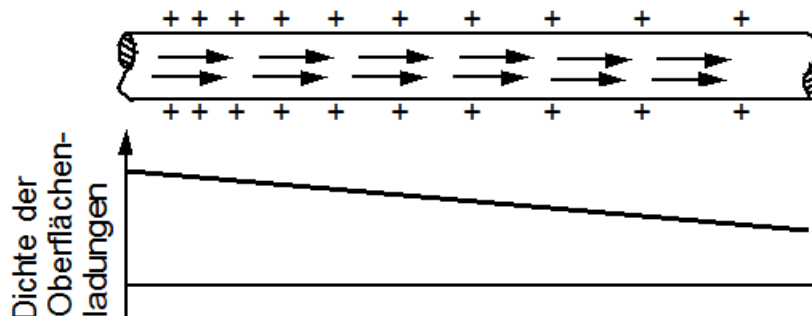


Abb. 10: Lineare Dichteverteilung von Oberflächenladungen
bei einem geraden Leiterabschnitt

Betrachtet man als einfachsten Fall einen geradlinigen, homogenen Leiter, so kann man auf der Grundlage des Coulombschen Kraftgesetzes berechnen, daß eine gleichmäßige, d.h. linear abnehmende Dichteverteilung von Oberflächenladungen die erforderliche konstante Kraft im Innern des Leiters bewirkt. Man spricht auch von einem linearen Gradienten der Dichteverteilung, der im Innern eine konstante Kraft bewirkt. Dies gilt um so genauer, je länger und dünner der Leiter ist.

Bei kurzen bzw. gekrümmten Leitern ergeben sich komplizierte Dichteverteilungen, um im Innern der Leiter eine konstante, axial gerichtete Antriebskraft zu erzeugen. Die entsprechenden Berechnungen sind jedoch aufwendig. Allgemein läßt sich voraussagen, daß die Dichte der Elektronen auf der Oberfläche einer Außenkrümmung größer sein muß als auf der Innenseite und umgekehrt für positive geladene Oberflächen.

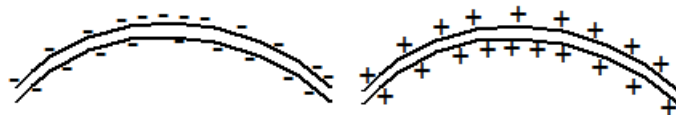


Abb. 11: Verteilung von Oberflächenladungen bei gekrümmten Leitern (qualitativ)

Da der Widerstand in metallischen Leitern sehr gering ist, sind die Gradienten der Dichteverteilung der Oberflächenladungen äußerst gering und können in aller Regel vernachlässigt werden. Für ein qualitatives Verständnis sind aber die Existenz von Oberflächenladungen und die Gradienten der Dichteverteilung unerlässlich.

2.4. Ladungsschichten an den Grenzen zwischen Widerstand und Leiter

Wird ein metallischer Leiter mit einem Widerstand verbunden, so ergibt sich quer durch den Leiter eine Schicht, die das Gebiet hoher Leitfähigkeit von dem Widerstand mit geringerer Leitfähigkeit trennt.

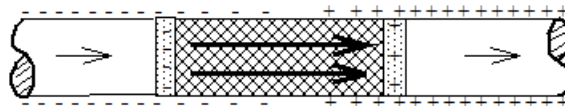


Abb. 12: Geladene Trennschichten zwischen Widerstand und Leiter

Je nach Art des Widerstandes besitzt diese Trennschicht eine unterschiedliche Dicke in der sich die Leitfähigkeit des Materials kontinuierlich oder mehr oder weniger sprunghaft ändert und dies in der Regel über mehrere Größenordnungen.

Diese Trennschicht vor und hinter einem Widerstand bleibt nicht neutral, wenn Elektronen durch den Widerstand getrieben werden. In der Trennschicht vor dem Widerstand (bezogen auf die Fließrichtung der Elektronen) stauen sich ein paar Elektronen, da vor ihnen ein Gebiet mit abnehmender Leitfähigkeit liegt. Diese Trennschicht wird also negativ geladen. Aus der Trennschicht hinter dem Widerstand entfernen sich ein paar Elektronen, da sich vor ihnen ein Gebiet mit größerer Leitfähigkeit befindet. In dieser Trennschicht bleiben Atomrümpfe zurück, denen ein Elektron fehlt. Diese Trennschicht wird somit positiv aufgeladen.

Sowohl die unterschiedlich verteilten Ladungsträger auf den Oberflächen als auch die in den Trennschichten erzeugen abstoßende bzw. anziehende Kräfte, die die frei beweglichen

Elektronen des Metalls durch den Widerstand treiben. Wird nun die Kraft an der Batterie erhöht, so erhöht sich der Gradient der Dichteverteilung der Oberflächenladungen, und es treten mehr unterschiedlich gepolte Ladungen vor und hinter dem Widerstand auf. Dadurch erhöht sich die Kraft auf die beweglichen Ladungen innerhalb des Widerstandes und somit die Stromstärke, d.h. die Zahl der Ladungsträger, die pro Zeiteinheit durch einen Leiterquerschnitt fließen.

2.5. Spannung und Oberflächenladungen

Eine Spannung zwischen zwei Punkten innerhalb eines Stromkreises tritt immer dann auf, wenn eine Ladungstrennung vorliegt, wenn also auf den Oberflächen von zwei unterschiedlichen Leiterteilen unterschiedlich gepolte Ladungsträger vorhanden sind oder die Dichte der Oberflächenladung verschieden ist. Die dann auftretenden Coulombkräfte streben einen Ausgleich an und sind somit der Grund für die auftretende Spannung. Dies gilt sowohl für elektrostatische Anordnungen als auch für Spannungen an einem stromdurchflossenen Widerstand.

Spannung wird im deutschen Sprachraum mit U gekennzeichnet im angelsächsischen mit V .

3. Spannung und Energieumsatz

3.1. Quantitative Bestimmung der Spannung

In der Physik ist es nun erforderlich, daß eine Größe wie die Spannung nicht nur qualitativ erklärbar, sondern auch quantitativ bestimmbar ist. Um eine solche quantitative Bestimmung durchführen zu können, ist es nicht möglich, die Oberflächenladungen bzw. die dadurch hervorgerufenen Coulombkräfte direkt zu messen. Die Dichte der zusätzlichen Elektronen und der Gradient ihrer Dichteverteilung sind i.a. sehr klein und außerdem von vielen äußeren, geometrischen Faktoren abhängig. Unabhängig von äußeren Faktoren ist dagegen die Arbeit, die von diesen Kräften verrichtet wird und damit der Energieumsatz, der bei einem bestimmten Stromfluß und einer bestimmten Spannung auftritt.

Damit ist die Möglichkeit gegeben, die Spannung zwischen zwei Punkten A und B quantitativ zu beziehen auf diejenige Energie, die umgesetzt wird, wenn eine bestimmte Ladung q von A nach B transportiert wird. In mathematischer Form:

$$U = E/q.$$

Numerisch stimmt die Größe einer Spannung überein mit der Energie, die beim Transport einer Einheitsladung Q umgesetzt wird.

Die Einheit der Spannung ist 1 Volt, abgekürzt V , zu Ehren des italienischen Physikers Alessandro Graf von Volta (1745-1827).

3.2. Energieumsatz in Abhängigkeit von Spannung und Stromstärke

Gegeben sei ein elektrischer Strom der Stärke $I = q/t$ bei einer zwischen den Punkten A und B angelegten Spannung $U = E/q$.

Fließt ein elektrischer Strom längs der Strecke von A nach B während der Zeitdauer t , so wird dabei die Ladung $q = I \cdot t$ von A nach B transportiert¹.

1. Sofern diese Aussage nicht unmittelbar einleuchtet, kann ein Vergleich aus der Mechanik hilfreich sein.

Um eine bestimmte Portion Wasser m_0 um eine bestimmte Strecke anzuheben, kann dies auf zwei verschiedene Weise geschehen. Entweder die Wassermenge m_0 wird in einem Behälter als Ganzes angehoben, oder es fließt in einem senkrechten, gefüllten Rohr ein Wasserstrom $I = m/t$ für eine bestimmte Zeitdauer t , so daß gilt $m_0 = I \cdot t$

Für den Energieumsatz E folgt:
$$E = \frac{E}{q} \cdot q = \frac{E}{q} \cdot \frac{q}{t} \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

3.3. Erweiterte Spannungsdefinition zwischen zwei Punkten im Raum

Die Einführung der Spannung als E/q macht es möglich, eine Spannung nicht nur bei vorhandener Ladungstrennung sondern auch zwischen zwei Punkten A und B im Raum zu definieren, die sich zwischen getrennten Ladungen befinden, selbst aber keine unterschiedlichen Ladungen aufweisen.

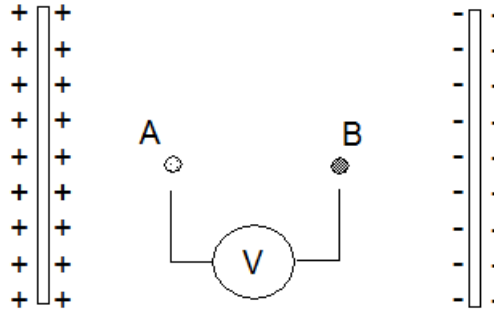


Abb. 13: Spannung zwischen zwei ungeladenen Punkten

In aller Regel werden A und B einen unterschiedlichen Abstand zu den äußeren Ladungen aufweisen und somit wird ein Ladungstransport zwischen A und B mit einer Energieumwandlung verbunden sein.

Auf der Grundlage der obigen Definition $U = E/q$ kann zwischen den Punkten A und B eine Spannung definiert werden, auch wenn an den beiden Orten keine getrennten Ladungen vorhanden sind.

Die beiden Orte A und B unterscheiden sich dann nicht durch unterschiedliche Ladungsdichten, sondern durch unterschiedliche Abstände innerhalb eines Systems getrennter Ladungen.

4. Modelle zum elektrischen Stromkreis

4.1. Steifer Ring und Stromkreis

Zur Verdeutlichung der Vorgänge in einem elektrischen Stromkreis bietet sich der Vergleich mit einem mechanischen, steifen Ring an, der von einem Motor an einer Stelle angetrieben und von einer Bremse an einer anderen Stelle in seiner Bewegung behindert wird.

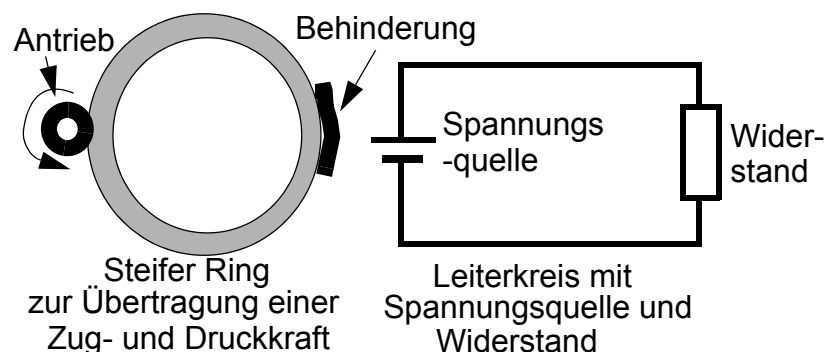


Abb. 14: Mechanisches Modell für den elektrischen Stromkreis

Die Bezeichnung “steif” darf nicht in einem absoluten Sinne verstanden werden. Jeder reale Körper zeigt unter der Einwirkung einer Kraft ein elastisches Verhalten, und wäre es auch noch so gering.

4.2. Unterschiede zwischen Hin- und Rückleitung

Wie schon erwähnt gibt es in der Realität keine absolut steifen Körper, sondern nur Körper, die mehr oder weniger elastisch sind. Das gilt für Flüssigkeiten wie Wasser genau so wie für Festkörper, z.B. Stahl oder Gummi. Nur ist das Ausmaß dieser Elastizität verschieden.

Wegen dieser Elastizität werden bei einem steifen Ring, der zur Kraftübertragung eingesetzt wird, die beiden Anteile, die gedrückte Seite vor dem Widerstand und die gezogene dahinter, ein wenig unterschiedlich verformt.

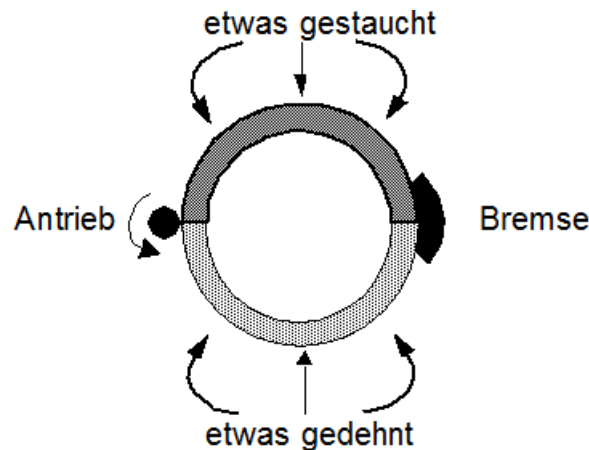


Abb. 15: Elastische Verformung eines steifen Ringes

Die gedrückte Seite ist etwas gestaucht, die gezogene Seite ist etwas gedehnt. Diese unterschiedliche Verformung, die durch den antreibenden Motor aufrechterhalten wird, erzeugt am Widerstand die notwendigen Kräfte, um die Bewegung durch den Widerstand aufrecht zu erhalten.

Das Material des steifen Ringes entspannt sich also im Widerstand von einem gestauchten zu einem gedehnten Zustand. Diese Dichteänderung ist zwar nur sehr klein im Verhältnis zu der sich bewegenden Materie, ist aber prinzipiell stets vorhanden. Für ein tieferes Verständnis der Kraftübertragung, besonders im Vergleich mit dem elektrischen Stromkreis, ist das Wissen um die Verformungen eines steifen Ringes aber sehr hilfreich, wenn nicht notwendig.

4.3. Vergleich von Modell und Stromkreis

Die Ähnlichkeiten zwischen dem elektrischen Stromkreis und dem steifen Ring mit Antrieb und Bremsse lassen sich wie folgt beschreiben

:<center> </center>

Steifer Ring	Elektrischer Stromkreis
Der steife Ring dient zur Übertragung einer Kraft.	Der elektrische Strom dient der Kraftübertragung.
Materie bewegt sich im Kreis.	Elektronen bewegen sich im Kreis.
Materie wird nicht verbraucht.	Elektrischer Strom wird nicht verbraucht.

Der steife Ring wird durch den Motor auf der einen Seite geschoben auf der anderen Seite gezogen.	Die freien Elektronen in den Leitern kann man auch als eine Art "Elektronengas" bezeichnen. Dieses "Elektronengas" wird durch die Kraft der Spannungsquelle auf der einen Seite geschoben, auf der anderen Seite gezogen.
Durch den Motor wird der steife Ring etwas elastisch gestaucht bzw. gedehnt, d.h. seine Dichte wird etwas verändert.	Durch die Kraft der Spannungsquelle wird das "Elektronengas" etwas gestaucht bzw. gedehnt. Dadurch wird die Dichte der Elektronen auf den Oberflächen der Leiter sowie vor und hinter den Widerständen verändert.
Beim Durchgang durch eine Behinderung - eine Bremse - wird die Antriebskraft des Motors umgesetzt in eine Änderung der Dichte des Ringes, die ihrerseits als lokale Ursache für den Durchgang angesehen werden kann.	Beim Durchfließen eines Widerstandes wird die Antriebskraft der Spannungsquelle umgesetzt in unterschiedliche Ladungsdichten vor und hinter dem Widerstand, die ihrerseits als lokale Ursache für den Durchgang durch den Widerstand angesehen werden können.

Der wesentliche, strukturelle Unterschied zwischen dem steifen Ring und dem Stromkreis besteht in der Tatsache, daß sich die Dichte von Materie unter Krafteinwirkung insgesamt, also über den ganzen Querschnitt verändert.

Bei einem elektrischen Strom hingegen kann nur die Dichte der Elektronen auf der Oberfläche von Leitern verändert werden. Im Innern ist ein metallischer Leiter stets neutral.

Hinzu kommt natürlich der Unterschied hinsichtlich der praktischen Verwendbarkeit. Der steife Ring ist weitgehend unflexibel und findet daher in der Technik keine Verwendung. Die etwas flexiblere Variante in Form eines Treibriemens oder einer Kette, wie z.B. bei dem Fahrrad ist dagegen häufiger anzutreffen.

Diese Systeme eignen sich jedoch nur bedingt als Modell für den elektrischen Stromkreis, weil hier die Antriebskraft nur als Zug aufgebracht werden kann. Es fehlen die Druckkräfte und damit fehlt die Analogie zur Symmetrie der Coulombkraft.

4.4. Bedingt geeignete Modelle zum elektrischen Stromkreis

Im Vergleich zu dem steifen Ring, der Kette oder dem Treibriemen sind andere Kreissysteme wie Warmwasserkreislauf, Blutkreislauf oder Transportbänder deutlich ungeeigneter als Modell für den elektrischen Stromkreis.



Abb. 16: Kreissysteme, in denen energiereiche Materie transportiert wird.
Nur bedingt geeignet als Modell für den elektrischen Stromkreis

In diesen Systemen wird keine Kraft sondern im wesentlichen energiereiche Materie übertragen. Die Energieübertragung ist somit an die Fließgeschwindigkeit des Übertragungsmediums gebunden. Im elektrischen Stromkreis dagegen driften die Elektronen mit relativ geringer Geschwindigkeit, während sich die Wirkung des elektrischen Stromes mit nahezu Lichtgeschwindigkeit ausbreitet.

4.5. Problematische Modelle zum elektrischen Stromkreis

Problematisch erscheinen Kreissysteme als Modell für den elektrischen Stromkreis, in denen die einzelnen Komponenten einen eigenen Antrieb besitzen, wie zum Beispiel Lastwagen, die voll beladen von der Beladungsstation zum Zielpunkt fahren und dann leer zurückkehren.



Abb. 17: Lastwagen auf der Autobahn
als problematisches Modell für den elektrischen Stromkreis

Im Gegensatz hierzu besitzen Elektronen keinen eigenen Antrieb, sondern werden durch eine äußere Spannungsquelle angetrieben. Kein Elektron kann z.B. allein anhalten oder langsamer werden, wenn es irgendwo im Stromkreis auf eine Behinderung trifft, ohne daß alle Elektronen im Stromkreis entsprechend beeinflusst werden. Bei einem Stau auf der Autobahn bleiben jedoch nur die Wagen vor dem Stau stehen. Die Wagen dahinter und auf der Gegenfahrbahn bleiben unbehindert.

Das folgende Beispiel aus einem amerikanischen Lehrbuch zeigt, daß solche Überlegungen nicht selbstverständlich sind.

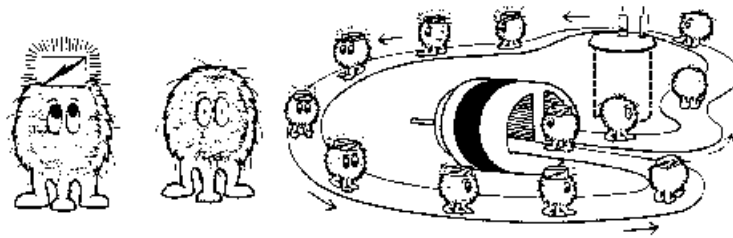


Abb. 18: Problematisches Modell für den elektrischen Stromkreis

Auch hier wird angenommen, daß sich Elektronen auf Grund eines eigenen Antriebs im Kreis bewegen und dabei Energie von der Batterie zum Motor transportieren. Viele Fragen bleiben offen.

- Warum bleiben alle Elektronen stehen, wenn ein einzelnes Elektron behindert wird?
- Was geschieht, wenn ein zweiter Motor seriell hinzugeschaltet wird?

Dieses Modell vernachlässigt als eine wesentliche Eigenschaft des elektrischen Stromkreises den Zusammenhang zwischen den Elektronen, durch den erst der Stromkreis als System gebildet wird.

5. Kondensatoreigenschaften elektrischer Schaltungen

5.1. Eigenschaften eines Kondensators

Ein Kondensator besteht im Prinzip aus zwei relativ großen metallischen Folien -oder Isolatorschichten mit metallischer Oberfläche - die durch eine möglichst dünnen Schicht getrennt sind. Diese Trennschicht ist in der Regel mit einem isolierenden Material gefüllt, so daß keine leitende Verbindung zwischen den beiden Metallflächen besteht.

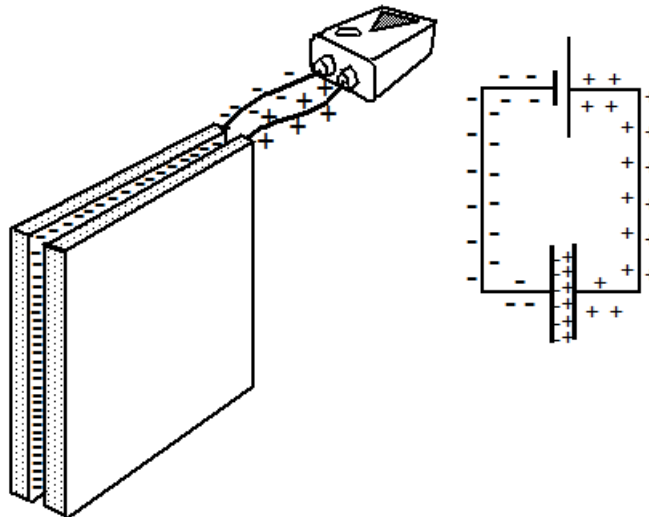


Abb. 19: Prinzip eines Kondensators mit angeschlossener Spannungsquelle
Deutlich erhöhte Ladungsdichte zwischen den Platten
im Vergleich zu der Ladungsdichte auf den Leitungen

Wird eine Spannungsquelle über zwei Leitungen mit einem Kondensator verbunden, so werden durch die Kraft der Spannungsquelle Elektronen auf eine der beiden Kondensatorhälften aufgebracht, während sich auf der anderen Kondensatorhälfte die dann fehlenden Elektronen als positive Ladungen bemerkbar machen.

Wegen der geringen Dicke der Trennschicht tritt nun die anziehende Wechselwirkung zwischen diesen unterschiedlich gepolten Ladungen auf den inneren Oberflächen des Kondensators in Erscheinung mit dem Ergebnis, daß dadurch die gegenseitige Abstoßung zwischen den gleichpoligen Ladungen verringert wird.

Das bedeutet, daß die Kraft der Spannungsquelle eine viel größere Dichte von Elektronen und entsprechenden positiven Ladungen innerhalb des Kondensators hervorrufen kann, bevor wieder ein Gleichgewicht mit den abstoßenden Kräften zwischen den gleichpoligen Ladungen und der Kraft der Spannungsquelle erreicht wird.

Je dünner die isolierende Trennschicht, desto stärker ist die gegenseitige Anziehung der Ladungen über diese Trennschicht hinweg, um so mehr wird die gegenseitige Abstoßung gleichpoliger Ladungen auf jeder Seite neutralisiert und desto größer ist die Dichte der Ladungen, die sich beim Anlegen einer bestimmten Spannung im Kondensator einstellt.

Bei einem normalen Leiter ist die Zahl der zusätzlichen Ladungen auf der Oberfläche sehr gering, da die Abstoßungskräfte zwischen den Ladungen sehr groß sind und sich schon bei einer relativ geringen Dichte ein Gleichgewicht mit der antreibenden Kraft der Spannungsquelle einstellt. Die Elektronen auf der Oberfläche von Leiter sind also - alltagssprachlich ausgedrückt - sehr wenig elastisch und lassen sich nur sehr wenig zusammendrücken.

Dagegen können Ladungen auf der Innenseite eines Kondensators wegen der gegenseitigen Anziehung über die Trennlinie hinweg sehr viel mehr zusammengedrückt werden, sie sind also sehr viel elastischer als bei einem normalen Leiter.

5.2. Kapazität eines Kondensators

Die Größe der Ladung q , die sich durch eine angelegte Spannung in einen Kondensator hindrücken läßt bis ein Gleichgewichtszustand eintritt, ist proportional zu der angelegten Spannung U . In anderen Worten: Q/U ist eine für jeden Kondensator charakteristische Konstante. Sie wird Kapazität genannt und mit C gekennzeichnet. $C = Q/U$.

Die Einheit der Kapazität ist das Farad, abgekürzt F, zu Ehren des englischen Physikers Michael Faraday (1791-1867).

Die Kapazität 1 F bedeutet, daß beim Anlegen einer Spannung von 1 Volt die Einheitsladung $1 \text{ Q} = 6,2 \cdot 10^{18}$ Elektronen in einen Kondensator hineinfließen, bis ein Gleichgewichtszustand erreicht wird. Dies ist ein sehr großer Wert, der mit technischen Mitteln in aller Regel nicht erreicht wird. Die in der Technik üblichen Kapazitäten liegen im Bereich von μF bis nF (10^{-6} bis 10^{-9}F).

5.3. Laden und Entladen von Kondensatoren

Wird eine Spannungsquelle über zwei Leitungen mit einem Kondensator verbunden, so erscheint es plausibel, daß ein stationärer Zustand nicht augenblicklich erreicht wird. Es müssen durch den Widerstand der Leitungen eine große Anzahl von Elektronen auf die Innenseite des Kondensators gebracht werden bis die dort erreichte Dichte so groß ist, daß durch die auftretenden Abstoßungskräfte ein weiterer Elektronenzufluß verhindert wird.

Es erscheint weiterhin plausibel, daß die Zeitdauer bis zum Erreichen eines stationären Zustandes um so länger ist, je größer die Kapazität und je größer der Widerstand in den Zuleitungen ist.

Die Stärke des Ladungsstromes ist dabei nicht konstant. Der Strom nimmt mit der Ladungszeit ab, da mit zunehmender Aufladung des Kondensators die der Spannung entgegenwirkenden Coulombkräfte zunehmen.

Die Theorie ergibt, daß der zeitliche Verlauf des Ladungsstromes einer e-Funktion folgt.

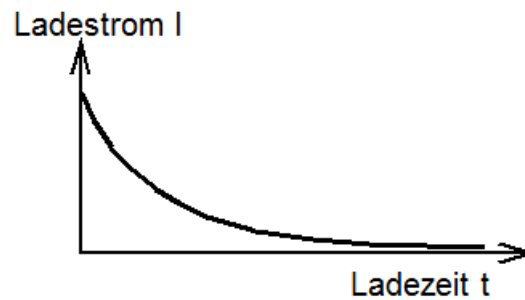


Abb. 20: Ladestrom eines Kondensators in Abhängigkeit von der Ladezeit

5.4. Einfache Schaltungen eines elektrischen Stromkreises mit und ohne Leitungskapazitäten

Üblicherweise gilt als einfachste Schaltung eines elektrischen Stromkreises die Verbindung einer Spannungsquelle über zwei Leitungen mit einem Widerstand.

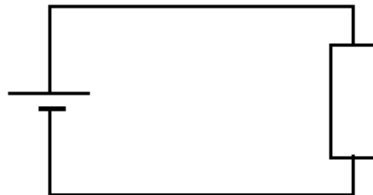


Abb. 21: Schaltbild eines einfachen Stromkreises

Dies ist eine idealisierte Darstellung, denn sie berücksichtigt nicht die Tatsache, daß die Oberflächen der Leitungen eine Art Kondensator darstellen, der eine zwar kleine, aber stets von Null verschiedene Kapazität besitzt.

Sofern nur stationäre Zustände betrachtet werden, ohne die Frage nach den Ursache für solche Zustände zu stellen, genügt diese Art der Darstellung.

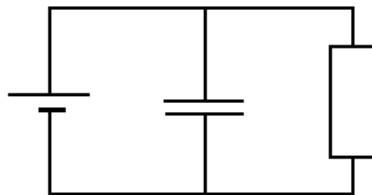


Abb. 22: Ersatzschaltbild eines einfachen Stromkreises unter Berücksichtigung der Kapazität der Leitungen

Eine genauere Betrachtung aber verlangt, die Oberflächen der Leitungen als eine kleine, stets vorhandene Kapazität zu berücksichtigen.

Dies bedingt u.a., daß je nach Größe dieser Kapazität der Übergangsprozeß von einem stationären Zustand zum nächsten mehr oder weniger verzögert wird.

In aller Regel ist diese Verzögerung sehr klein und nur durch eine aufwendige Versuchsanordnung festzustellen. Für praktische Arbeiten im Unterricht kann diese Verzögerung vernachlässigt werden. Die Frage ist, ob das explizite Behandeln dieser Verzögerungen nicht zu einem umfassenderen und tieferen Verständnis der jeweils im Stromkreis ablaufenden Prozesse führt. Solange nur ein Wissen auf der Basis des Ohmschen Gesetzes und der Kirchhoffschen Regeln vermittelt wird, bleibt im Verständnis der Schüler der Stromkreis

ein System, welches bei Änderungen bestimmter Parameter spontan von einen Gleichgewichtszustand in einen anderen springt. Gründen für die Art und den Ablauf solcher Veränderungen gehen verloren.

In einem gesonderten Kapitel wird gezeigt, wie mit Hilfe speziellen Simulationsprogramme eine Behandlung der real ablaufenden Übergangsprozesse in Stromkreisen im Unterricht unterstützt werden kann.

6. Simulation von Strom und Spannung in Stromkreisen

6.1. Darstellung von Stromstärke und Spannung in einfachen Stromkreisen

Traditioneller Weise werden im Physikunterricht die Phänomene des elektrischen Stromkreises als stationäre Zustände behandelt. Eventuelle Änderungen erfolgen gemäß dem Ohmschen Gesetz und den Kirchhoffschen Regeln und dies ohne Beachtung irgendwelcher übergangsprozesse.

Für eine ausführliche Diskussion der hiermit aufgeworfenen Problematik sei auf die Literatur "Die Natur macht keine Sprünge" verwiesen (unter: http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel/PUB/PhiS_2012_5_S_31-36.pdf)

Zur Sichtbarmachung von übergangsprozesse wurde ein Simulationsprogram mit dem Namen CLOC (Conceptual Learning of Circuits) entwickelt. Der Algorithmus dieses Programms basiert auf dem so genannten Container-Modell. Die dadurch erzielten Verzögerungen bei der Einstellung stationären Endzustände sind im Vergleich zur Realität stark vergrößert. Sie entsprechen den Vorgängen in Schaltungen mit großen Kapazitäten parallel zu allen Widerständen. Für eine ausführliche Diskussion dieses Modelle sei wiederum auf die oben angeführte Literatur verwiesen.

Wie in der folgenden Abbildung dargestellt zeigt das Proamm in zwei getrennten Fenstern sowohl den Stromverlauf in 2D als auch den Potentialverlauf in 3D.

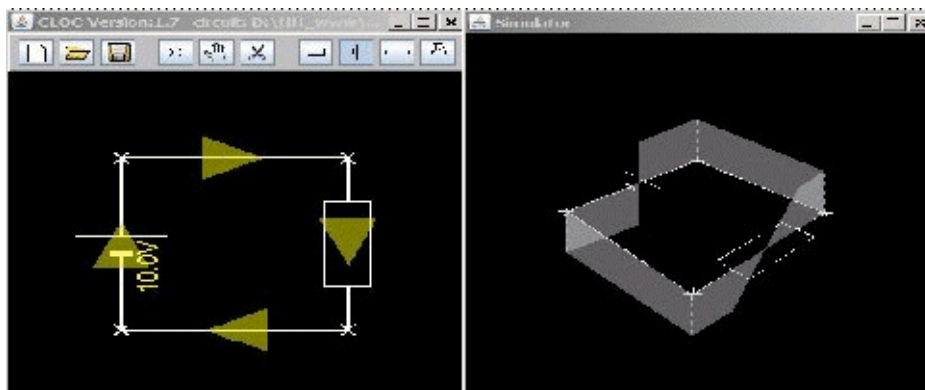


Abb. 23: Visualisierung des Stromverlauf (2D) und des Potentialsverlauf (3D)

Eine ausführlich Dokumentation und Bedienungsanleitung zu diesem Programm findet sich unter "CLOC-Dokumentation" (unter: <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhartel/CLOC/Cloc-doc/index.htm>)

Der in dem 3d-Fenster wiedergegebene Verlauf des Potentials längs eines Leiterkreises kann in erster Näherung mit der Dichte der Oberflächenladungen längs eines solchen Kreises in Verbindung gebracht werden.

Weitere Beispiele

Abb. 24: Reihenschaltung mit 2 Widerständen

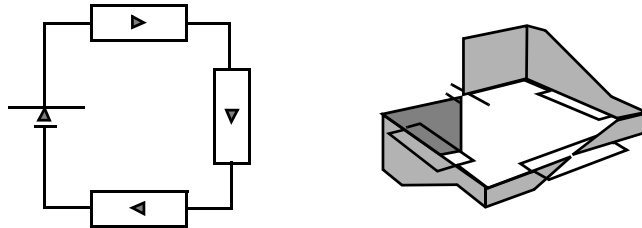


Abb. 25: Reihenschaltung mit 3 Widerständen

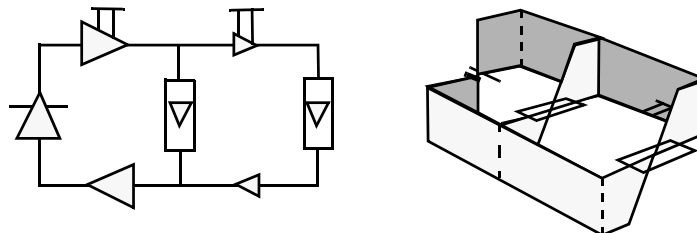


Abb. 26: Leiterkreis mit 2 parallelen Widerständen

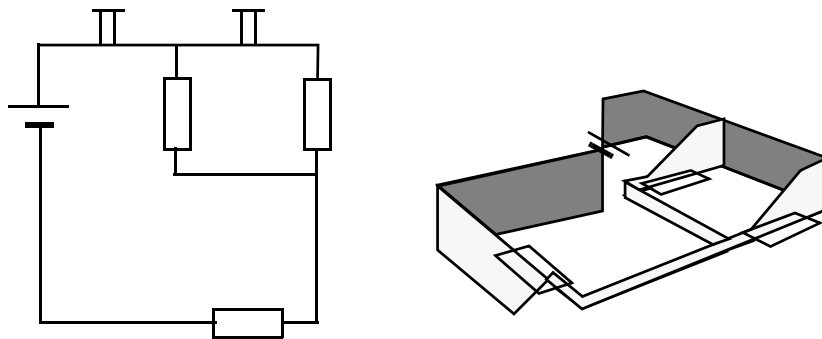


Abb. 27: gemischte Schaltung

6.2. Simulation von Übergangsprozessen auf einer Doppelleitung

Wird eine Spannungsquelle an einen Stromkreis angeschlossen, so breiten sich die Oberflächenladungen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit über die gesamte zur Verfügung stehende Oberfläche aus. Schon nach einer Zeitdauer in der Größenordnung von 10^{-7} Sekunden ist bei Schaltungen üblicher Größe ein neuer stationärer Zustand erreicht.

Wie dieser Prozeß im Einzelnen abläuft kann mit Hilfe des Simulationsprogramms "TeeL-Transportleitung" untersucht werden. Dieses Program simuliert die Ausbreitung von Spannung und Stromstärke längs einer Doppelleitung auf der Grundlage der Maxwell'schen Gleichungen.

Eine Doppelleitung ist dadurch gekennzeichnet, daß Abstand und Durchmesser der Leitungen zu vernachlässigen sind gegenüber der Länge der Leitung. Die Leitung sollte idealer Weise geradlinig verlaufen oder höchstens ganz leichte Krümmungen aufweisen.

Die folgende Abbildung zeigt die Oberfläche des Programms und zwar den einfachen Vorgang des Einschaltens einer Spannungsquelle an einer Doppelleitung, die am anderen Ende mit einem Widerstand abgeschlossen ist.

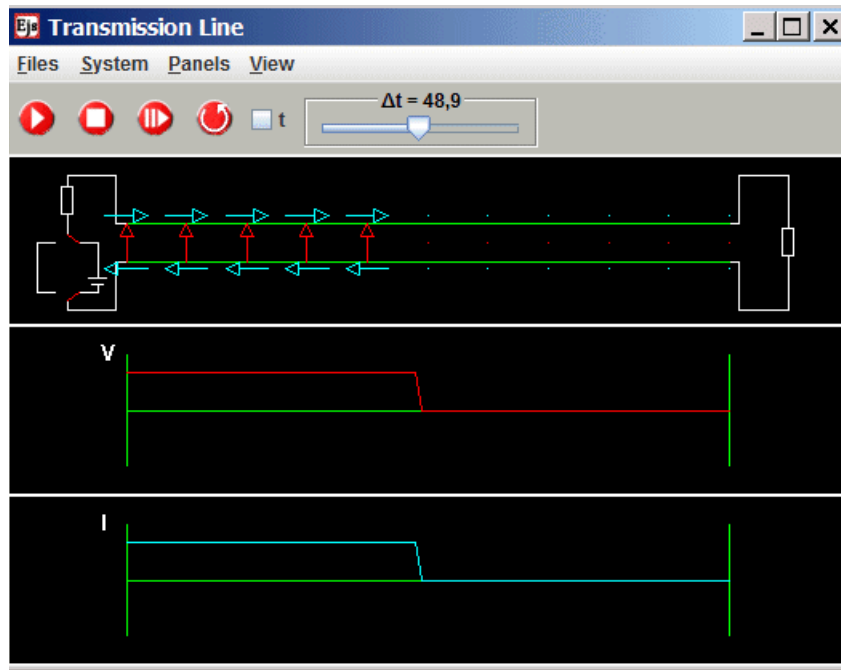


Abb. 28: Strom- und Spannungsverlauf längs einer Doppelleitung

Das Program erlaubt die Einstellung sämtlicher Parameter, die für eine Doppelleitung relevant sind. Die Werte für die Spannung zwischen Leitungen und der Stromstärke in den Leitung werden in Abhängigkeit von der Ortskoordinate in Längsrichtung kontinuierlich berechnet und angezeigt. Somit können sämtliche Ausbreitungsprozesse, die bei jeder Parameteränderung auftreten, im Detail verfolgt werden.

Von einem besonderen didaktischem Interesse ist die Möglichkeit, in der Mitte der Doppelleitung entweder einen Reihenwiderstand oder einen Leckwiderstand zu simulieren. Hierdurch erhält man die Möglichkeit, eine einfache Reihenschaltung bzw. eine einfache Parallelschaltung im Detail hinsichtlich der ablaufenden Einschalt- bzw. Abschaltvorgänge zu untersuchen.

Eine Dokumentation zu dem Programm Teel sowie ein Tutorial zu Ausbreitungsvorgängen auf linearen System findet sich unter "WEB-Seite Härtel" (unter: <http://www.astrophysik.uni-kiel.de/~hhaertel>)